Автономная некоммерческая организация

Научно-исследовательский институт Проблем развития научно-образовательного потенциала молодежи

УТВЕРЖДАЮ
Директор АНО НИИ НПМ
_________ М.Ю.Катина
«_18_» ___03___ 2024 г.
м.п.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ОБЩЕРАЗВИВАЮЩАЯ ПРОГРАММА

естественно-научной направленности

«Математика для школьников: теория вероятностей»

Срок реализации программы: 18 учебных недель

Возраст обучающихся: 15-17 лет

г. Москва, 2024 г.

1. Пояснительная записка

Основные характеристики программы

1.1. Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математика для школьников: теория вероятностей» (далее – программа) предназначена для учащихся, проявляющих особый интерес к изучению методов математической статистики и теории вероятностей, а также их практического применения. Программа также представляет интерес для детей, желающих участвовать в математических соревнованиях, олимпиадах. В рамках занятий изучаются дополнительные темы математики и различные методы решения нестандартных задач. Программа призвана дать возможность выйти на более высокий уровень интеллектуального и математического развития.

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математика для школьников: теория вероятностей» разработана в соответствии со следующими нормативно-правовыми актами Российской Федерации:

- Федеральным законом Российской Федерации от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»;
- Указом Президента РФ от 21 июля 2020 г. № 474 «О национальных целях развития России до 2030 года»;
- Распоряжением Правительства РФ от 31.03.2022 N 678-р "Об утверждении Концепции развития дополнительного образования детей и признании утратившим силу Распоряжения Правительства РФ от 04.09.2014 N 1726-р (вместе с Концепцией развития дополнительного образования детей до 2030 года, Планом мероприятий по реализации Концепции развития дополнительного образования детей до 2030 года, I этап (2022 - 2024 годы))";
- Приказом Министерства просвещения РФ от 27 июля 2022 года N 629 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по дополнительным общеобразовательным программам»;
- Приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 22 сентября 2021 года N 652н «Об утверждении профессионального стандарта "Педагог дополнительного образования детей и взрослых"»;
- Методическими рекомендациями по проектированию дополнительных

общеразвивающих программ (включая разноуровневые программы) – Письмо Минобрнауки России от 18.11.2015 № 09-3242 О направлении информации (вместе с Методическими рекомендациями по проектированию дополнительных общеразвивающих программ (включая разноуровневые программы).

1.2. Направленность программы: естественно-научная.

1.3. Уровень освоения – стартовый (ознакомительный).

1.4. Актуальность программы определяется тем, что в настоящее время повышается востребованность в специалистах, владеющими математическими навыками. Все большее значение приобретает требование подготовки выпускников школ и колледжей по математике на уровне, достаточном для использования аналитических методов в профессиональной деятельности. В современном обществе на передний план выдвигается необходимость подготовки специалистов, владеющих математическим моделированием и решением прикладных задач.

Необходимость разработки дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы «Математика для школьников: теория вероятностей» обусловлена также запросом со стороны обучающихся и их родителей на успешное прохождение государственной итоговой аттестации в форме ОГЭ и ЕГЭ по математике. ЕГЭ по математике профильного уровеня необходим для поступления в вузы по специальностям естественно-научного и экономического направлений.

Данная программа позволяет обучающимся достичь предметных, личностных и метапредметных образовательных результатов при освоении методов математической статистики и теории вероятностей; подготовиться к итоговой аттестации, конкурсным испытаниям, что включает в себя систематизацию знаний, умений и навыков, отработку различных способов решения математических заданий.

Программа рассчитана на детей 15-17 лет и направлена на подготовку как к итоговой аттестации, так и к математическим олимпиадам и другим конкурсным заданиям. В различных испытаниях учащиеся должны проявить комплексные знания и умения в области математики, поэтому в программе сделан акцент на усиление в содержании деятельностного компонента, активизации самостоятельной познавательной деятельности учащихся.

Решение математических задач, связанных с теорией вероятностей, закрепляет интерес обучающихся к познавательной деятельности, способствует развитию мыслительных операций и общему интеллектуальному развитию. Не менее важным фактором реализации данной программы является развитие у обучающихся умений самостоятельно работать, думать, решать логические задачи.

1.5. Адресат программы – программа предназначена для детей в возрасте 15-17 лет.

1.6. Воспитательный потенциал программы. В рамках реализации программы создается ситуация успеха для каждого обучающегося, содействующая определению жизненных планов, способствующая выбору индивидуального образовательного пути ребенка, его самореализации. Обучения по программе ориентировано на создание системы сотрудничества между участниками образовательного процесса через регулярное выполнение определённых заданий в установленные сроки.

При этом отрабатываются универсальные дефицитные навыки, такие как самостоятельность, трудолюбие, стремление добиваться поставленной цели, ценностное отношение к знаниям и др.

Подростковый возраст — это особый период в развитии человека, характеризующийся резкими, качественными изменениями, затрагивающие все стороны развития. Исходя из особенностей адресата программы, определяется объем, структура содержания, формы и методы, применяемые в процессе реализации программы.

1.7. Объем программы: 36 учебных часов.

1.8. Срок реализации программы: 18 учебных недель.

1.9. Режим занятий: 1 раз в неделю по 2 учебн. часа. Для всех видов занятий учебный (академический) час устанавливается продолжительностью 45 минут.

1.10. Форма обучения: заочная (с использованием дистанционных образовательных технологий и электронного обучения).

Особенности набора: программа предусматривает свободный набор детей. Уровень подготовки не требуется, так как программа рассчитана на стартовый (ознакомительный) уровень.

<u>Новизну программе</u> придает новый подход к подаче учебной информации, состоящий в применении разнообразных авторских обучающих материалов, тренировочных упражнений и практических заданий.

<u>Отличительной особенностью</u> данной программы является её простота и доступность благодаря наличию алгоритмов и примеров решения математических заданий, обеспечивающих максимальное удобство организации образовательного процесса для каждого обучающегося.

Особенностями данной программы являются:

□ определение видов организации деятельности обучающихся, направленных на достижение личностных, метапредметных и предметных результатов;

□ в основу реализации программы положен учет возрастных и индивидуальных особенностей обучающихся;

□ достижения планируемых результатов отслеживаются в рамках внутренней системы оценки педагогом и обучающимися.

Ведущая идея, на которой базируется программа: каждый обучающийся есть неповторимая индивидуальность, обладающая свойственными только ей психическими, физическими и прочими особенностями. Необходимо всестороннее изучение этих особенностей и творческий, комплексный подход к формам и методам их развития.

2. Цели и задачи программы

Цель программы - формирование и развитие творческих способностей обучающихся, удовлетворение их индивидуальных потребностей в интеллектуальном и нравственном совершенствовании путем получения и актуализации знаний математической статистики и теории вероятностей, формирования и развития интеллектуальной активности, логического мышления.

Задачи программы

Обучающие (образовательные):

□ осваивать теоретические знания по математической статистике и теории вероятностей, включающие в себя обобщение основных понятий и правил;

□научить работать с формулами и функциями;
□ сформировать навык описание прикладных задач на математическом языке;
□ формировать умения сознательного решения математических задач по изученным темам;
□ обобщать опыт применения алгоритмов для решения задач, связанных с математической статистикой и теорией вероятностей;
□ обучать правильному применению математической терминологии;
□ обучать делать выводы и обобщения;

Развивающие:
□ применять терминологию для описания математических объектов и процессов окружающего мира в количественном и пространственном отношениях;
□ создать условия для усвоения принципов и подходов к решению комбинаторных задач;
□ развивать потребность узнавать новое, стремиться использовать математические знания и умения в повседневной жизни;
□ развивать мышление: умение анализировать, обобщать, систематизировать знания и обогащать математический опыт;
□ развитие навыков поиска необходимой информации для выполнения учебных заданий с использованием учебной литературы, справочников (включая электронные);
□ повышать мотивацию и формировать интерес к изучению математики;

Воспитательные:
□ воспитывать самостоятельность, уверенность в своих силах;
□ воспитывать ценностное отношение к знаниям, интерес к изучаемому предмету;
□ воспитывать трудолюбие, стремление добиваться поставленной цели.

3. Планируемые результаты обучения

Личностные результаты

В процессе обучения совершенствуются важнейшие стороны личности обучающегося, такие как:
□ любознательность, активность и заинтересованность в познании мира, ценностное отношение к знаниям, интерес к изучаемому предмету;

- способность к организации собственной деятельности; трудолюбие, стремление добиваться поставленной цели; уверенность в своих силах.

Метапредметные результаты

Содержание обучения дает возможность заниматься формированием и развитием метапредметных результатов, таких как:

- анализ вариантов решения задачи, выбор из них верных;
- способность осуществлять информационный поиск для выполнения учебных задач;
- выбор наиболее эффективного способа решения задачи;
- конструирование последовательности «шагов» (алгоритма) решения задачи;
- формирование умения понимать причины успеха/неуспеха учебной деятельности и способности конструктивно действовать даже в ситуациях неуспеха;
- осуществление поиска необходимой информации для выполнения учебных заданий с использованием учебной литературы, справочников (включая электронные);
- овладение логическими действиями сравнения, анализа, синтеза, обобщения, классификации, установления аналогий и причинно-следственных связей, построения рассуждений.

Предметные результаты:

- правильное решение заданий по математической статистике и теории вероятностей;
- умение анализировать текст задания: ориентироваться, выделять условие и вопрос, данные и искомые числа (величины);
- определение последовательности решения задач, связанных с математической статистикой и теорией вероятностей;
- выявление закономерностей и проведение аналогий.

4. Учебный план

№ п/п	Наименование раздела, темы	Всего, час.	В том числе		Форма аттестации
			теория	практика	
Раздел 1. «Математика для школьников: теория вероятностей»					
1	Тема 1.1. Зачем нужна теория вероятностей?	2	1	1	Педагогическое наблюдение
2	Тема 1.2. Простые задачи	2	1	1	Педагогическое наблюдение
3	Тема 1.3. Диаграммы Эйлера	2	1	1	Педагогическое наблюдение
4	Тема 1.4. Геометрическая вероятность	2	1	1	Педагогическое наблюдение
5	Тема 1.5. Деревья. Условная вероятность	2	1	1	Педагогическое наблюдение
6	Тема 1.6. Независимые события	2	1	1	Педагогическое наблюдение
7	Тема 1.7. Графы с циклами и формула полной вероятности	2	1	1	Педагогическое наблюдение
8	Тема 1.8. Случайный выбор	2	1	1	Педагогическое наблюдение
9	Тема 1.9. Комбинаторика. Правило умножения. Отождествление	2	1	1	Педагогическое наблюдение
10	Тема 1.10. Сочетания	2	1	1	Педагогическое наблюдение
11	Тема 1.11. Комбинаторика в вероятностных задачах	2	1	1	Педагогическое наблюдение
12	Тема 1.12. Три эксперимента с успехом и неудачей	2	1	1	Педагогическое наблюдение
13	Тема 1.13. Бинарная случайная величина	2	1	1	Педагогическое наблюдение
14	Тема 1.14. Математическое ожидание	2	1	1	Педагогическое наблюдение
15	Тема 1.15. Три важных распределения	2	1	1	Педагогическое наблюдение
16	Тема 1.16. Метод индикаторов	2	1	1	Педагогическое наблюдение
17	Тема 1.17. Простейшие оценки	2	1	1	Педагогическое наблюдение
18	Итоговое занятие	2	-	2	Мини-олимпиада

19	**Итого**	**36**	**16**	**20**	

5. Календарный учебный график

Календарный учебный график является примерным и утверждается отдельно для каждой учебной группы.

Дата начала занятий	**Дата окончания занятий**	**Кол-во учебных недель**	**Кол-во учебных часов**	**Режим занятий**
30.09.2024	14.02.2025	18	36	1 раз в неделю по 2 акад. часа [1] (одна тема в неделю)

Режим занятий: 1 раз в неделю по 2 акад.часа (с перерывом), одна тема в неделю. Для всех видов занятий академический час устанавливается продолжительностью 45 минут.

[1] Для всех видов занятий академический час устанавливается продолжительностью 45 минут.

6. Содержание программы

Раздел 1. «Математика для школьников: теория вероятностей»

Тема 1.1. Зачем нужна теория вероятностей?
Теория. Перчатки в ящике. «Верю – не верю». Закон больших чисел. Рыба или курица – статистическая устойчивость на борту самолета. Наблюдение устойчивости с помощью монеты.
Практика. Задача 1. Задача 2.

Тема 1.2. Простые задачи
Теория. Случайные опыты с равновозможными элементарными событиями.
Практика. Задача 3. Задача 4.

Тема 1.3. Диаграммы Эйлера
Теория. Изображение событий с помощью диаграмм. Диаграммы Эйлера. Формула сложение вероятностей.
Практика. Задача 5. Задача 6.

Тема 1.4. Геометрическая вероятность
Теория. Геометрическая вероятность. Случайные выбор точки внутри отрезка или фигуры.
Практика. Задача 7. Задача 8.

Тема 1.5. Деревья. Условная вероятность
Теория. Вычисление вероятностей вдоль цепочек в деревьях. Правило умножения вероятностей. Простейшие прогнозы.
Практика. Задача 9. Задача 10.

Тема 1.6. Независимые события
Теория. Надежность тормозов. Зачем нужны два платежных автомата там, где мало клиентов. «Парадокс независимости».
Практика. Задача 11. Задача 12.

Тема 1.7. Графы с циклами и формула полной вероятности
Теория. Графы с циклами и формула полной вероятности. Граф с циклами приводит к сумме геометрической прогрессии, а формула полной вероятности дает уравнения. Простейшее случайное блуждание и задача о разорении.
Практика. Задача 13. Задача 14.

Тема 1.8. Случайный выбор
Теория. Случайный выбор. Одновременный и последовательный случайные выбор дают одинаковые результаты.
Практика. Задача 15. Задача 16.

Тема 1.9. Комбинаторика. Правило умножения. Отождествление
Теория. Комбинаторика. Правило умножения. Отождествление. Коды и автомобильные номера. Как правильно раскрашивать палочки, карусели и браслеты.
Практика. Задача 17. Задача 18.

Тема 1.10. Сочетания
Теория. Число сочетаний. Треугольные числа. Свертка Вандермонда.
Практика. Задача 19. Задача 20.

Тема 1.11. Комбинаторика в вероятностных задачах
Теория. Комбинаторика в вероятностных задачах. Применение комбинаторных формул для перечисления элементарных исходов. Формула Бернулли.
Практика. Задача 21. Задача 22.

Тема 1.12. Три эксперимента с успехом и неудачей
Теория. Три схемы для решения задач, которые часто встречаются в жизни. Формула гипергеометрической вероятности.
Практика. Задача 23. Задача 24.

Тема 1.13. Бинарная случайная величина
Теория. Распределение бинарной случайной величины – индикатора события. Случайная величина, которая принимает всего два значения 0 и 1 для решения разных задач.
Практика. Задача 25. Задача 26.

Тема 1.14. Математическое ожидание
Теория. Математическое ожидание. Что больше – квадрат или прямоугольник?
Практика. Задача 27. Задача 28.

Тема 1.15. Три важных распределения
Теория. Геометрическая, биномиальная и гипергеометрическая схемы. Формула Бернулли.
Практика. Задача 29. Задача 30.

Тема 1.16. Метод индикаторов
Теория. Метод индикаторов. Как с помощью индикаторов искать математическое ожидание случайной величины, не зная ее распределение.
Практика. Задача 31. Задача 32.

Тема 1.17. Простейшие оценки
Теория. Рассказ о методе моментов. Простейшие оценки.
Практика. Задача 33. Задача 34.

Тема 1.18. Итоговое занятие
Практика. Мини-олимпиада.

7. Формы контроля и аттестации

Оценка качества освоения программы производится в отношении соответствия результатов освоения программы заявленным целям и планируемым результатам обучения.

Оценка качества освоения программы осуществляется педагогом на основе текущего и итогового контроля.

В ходе реализации программы обучающиеся выполняют текущие задания, решают задачи.

Текущий контроль проводится в форме наблюдения за работой обучающихся и контроля их активности на образовательной платформе, мониторинга ответов на сообщения в чате и через формы обратной связи.

По окончании программы осуществляется оценка качества освоения программы обучающимся по выполненной мини-олимпиаде. Мини-олимпиада представляет собой 6 задач из всего курса. Обучающийся считается аттестованным, если ответил правильно на 30% вопросов и более.

Основные принципы системы оценки:

- доброжелательное отношение к обучающемуся;
- конкретный анализ трудностей, которые испытал обучающийся при решении задач, а также допущенных им ошибок;
- конкретные указания на то, как можно улучшить достигнутый результат во время следующей попытки.

Подобный подход к контролю и оценке умений обучающихся ориентирован на успехи, а не на неудачи, на их поощрение, поддержку.

Критерии оценки уровня сформированности умений и навыков

Уровень	Критерий
Высокий	Самостоятельная деятельность обучающегося; при выполнении той или иной деятельности обучающийся не испытывает особых затруднений;
Средний	При выполнении той или иной деятельности обучающийся испытывает минимальные затруднения, редко прибегает к помощи педагога, стремиться исправить указанные ошибки, самостоятельно выполняет задания;
Низкий	Обучающийся испытывает серьезные затруднения при выполнении той или иной деятельности, нуждается в постоянной помощи и контроле педагога; овладел менее чем 1/3 навыками, умениями

Итоговая аттестация

К итоговой аттестации допускаются обучающиеся, успешно прошедшие все темы, предусмотренные учебным планом программы.

Объем времени аттестационных испытаний, входящих в итоговую аттестацию обучающихся, устанавливается учебным планом.

Итоговая аттестация по программе проводится в форме зачета посредством мини-олимпиады.

Мини-олимпиада представляет собой 6 задач из всего курса.

По результатам итоговой аттестации, выставляются оценки по двухбалльной системе («зачтено», «не зачтено»).

Оценка	Критерии оценки
Зачтено	Оценка «Зачтено» выставляется, если обучающийся демонстрирует высокую заинтересованность в учебной и познавательной деятельности, составляющей содержание программы, твердо знает материал курса, грамотно и по существу использует его, не допуская существенных неточностей в ответах, правильно применяет теоретические положения при решении практических заданий, владеет необходимыми приемами их выполнения. Более 30% правильных ответов на вопросы мини-олимпиады.
Не зачтено	Оценка «Не зачтено» выставляется обучающемуся, который демонстрирует низкий уровень заинтересованности в учебной и познавательной деятельности, составляющей содержание программы, не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями решает практические задания или не справляется с ними самостоятельно. Менее 30% правильных ответов на вопросы мини-олимпиады.

8. Организационно-педагогические условия реализации программы

Обучение по программе осуществляется в форме теоретических и практических занятий. На каждом занятии используются различные формы работы, сочетаются подача теоретического материала и практическая работа.

Все виды деятельности распределены на каждом занятии в различных комбинациях в зависимости от темы занятия и текущих задач.

Формы проведения занятий: лекция-беседа, объяснение, разъяснение для формирования знаний у обучающихся, практикум (решение математических задач) и др.

Формы организации деятельности учащихся на занятии: микрогрупповые; индивидуальные.

При отборе учебного материала и установлении его последовательности соблюдаются следующий принципы:

Основные принципы реализации программы:

- Последовательность прохождения тем по принципу «от легкого к сложному».
- Обязательность выполнения практических заданий, сочетание самостоятельной работы и взаимодействия обучающегося с педагогом непосредственно через чат платформы.
- Проверка полученных знаний по итогам изучения каждой темы.

В процессе обучения по данной программе используются следующие группы методов.

А) Методы, в основе которых располагается уровень деятельности учащихся:

- 1) исследовательский, применяемый при самостоятельной работе обучающихся;
- 2) репродуктивный, используемый в процессе применения полученных в процессе обучения знаний.

Б) Методы, в основе которых лежит форма организации деятельности обучающихся на занятиях:

- 1) наглядный, в процессе которого осуществляется демонстрация видеороликов и видео-уроков;
- 2) практический, при помощи которого обучающиеся выполняют задания, отвечают на вопросы по изученному материалу и проч.

В) В процессе осуществления образовательного процесса педагогом применяются следующие методы:

- 1) словесный (объяснение, разъяснение для формирования новых знаний у обучающихся);
- 2) объяснительно-иллюстративный (применение демонстрационного материала (видеороликов) для формирования знаний и образа действий);
- 3) стимулирующий (развитие познавательного интереса у обучающегося, эмоциональное стимулирование и т.д.).

Педагогические технологии. Личностно – ориентированные технологии ставят в центр всей образовательной системы личность обучаемого. Обеспечение комфортных, бесконфликтных условий ее развития, реализацию ее природных потенциалов.

<u>А) Технология индивидуального подхода</u>

Для индивидуальной формы обучения эта технология является ключевой. Она предполагает такой педагогический подход, при котором учитываются личностные индивидуальные особенности каждого обучающегося, создаются соответствующие социально-психологические условия работы с обучающимся.

<u>Б) Технология индивидуальной образовательной траектории (образовательного маршрута)</u>

Данная технология имеет целью реализовать следующие права и возможности обучающегося:

- право на выбор или выявление индивидуального смысла и целей в обучении;
- право выбора индивидуального темпа обучения, форм и методов решения образовательных задач, способов контроля, рефлексии и самооценки своей деятельности;
- превышение (опережение или углубление) осваиваемого содержания учебного плана.

Основные элементы индивидуальной образовательной деятельности обучающегося – это смысл деятельности (зачем я это делаю); постановка личной цели (предвосхищающий результат); план деятельности; реализация плана; рефлексия (осознание собственной деятельности); оценка; корректировка или переопределение целей.

Условием достижения целей и задач личностно-ориентированного обучения является сохранение индивидуальных особенностей обучающегося, его уникальности, разноуровневости и разноплановости. Для этого применяются следующие способы: индивидуальные задания; формулировка обучающимся открытых заданий, которые предполагают их выполнение индивидуально; предложение обучающемуся составить план занятия для себя, выбрать содержание своего задания для самостоятельной работы.

В) Технология сотрудничества

Главная идея обучения в сотрудничестве — педагог и обучающийся вместе проходят весь образовательный процесс, находятся на равных позициях, что помогают обучающемуся чувствовать себя более раскованно и быстрее адаптироваться к образовательному процессу. Такая технология предполагает общность цели и задач, индивидуальную ответственность и равные возможности успеха.

Г) Технология обучения на основе индивидуально-ориентированного учебного плана В.Д. Шадрикова

Гипотеза В.Д. Шадрикова: развитие способностей эффективно, если давать обучающемуся картину усложняющихся задач, мотивировать сам процесс обучения, но оставлять обучающемуся возможность работать на том уровне, который для него сегодня возможен, доступен. По Шадрикову, учебный план позволяет вести обучение в зависимости от способностей каждого обучающегося в комфортных для него темпе и нагрузке. Выбирая посильный уровень сложности, обучающийся постепенно продвигаются в освоении учебной программы.

Дидактические материалы. Их использование способствует активизации образовательной деятельности обучающихся, экономии учебного времени, они также позволяют установить контроль с обратной связью, с диагностикой ошибок по результатам деятельности и оценкой результатов. Также дидактические материалы направлены на самоконтроль и самокоррекцию, тренировку в процессе усвоения учебного материала.

1) аудиовизуальные: видео-уроки;
2) образовательные (задания, алгоритмы выполнения задания и др.).

Реализация дистанционных образовательных технологий

1.	Доступ к учебно-методическим материалам, размещенным в системе дистанционного обучения на сайте учебного курса на базе цифровой платформы https://getcourse.ru/, осуществляется посредством сети Интернет с любых компьютерных или SMART - устройств.
2.	В начале цикла каждый обучающийся получает права доступа к порталу электронно-дистанционного обучения, индивидуальные учетные данные (логин, пароль) для доступа к личному кабинету; необходимые учебно-методические материалы для обучения с использованием дистанционных образовательных технологий.
3.	В процессе обучения педагоги оказывают учебно-методическую помощь, которая заключается в проведении индивидуальных консультаций по запросу обучающихся. Взаимодействие с педагогами осуществляется дистанционно с использованием современных телекоммуникационных средств интернета (средства видеоконференцсвязи, чат, форум и др.).
4.	Информация об успеваемости обучающихся и результатах обучения сохраняется в базе данных в электронно-цифровой форме и в текстовой форме и доступна куратору программы обучения.

Педагогические условия

Программу реализует педагог(и) дополнительного образования.

Реализация программы обеспечивается педагогическими кадрами, имеющими среднее профессиональное или высшее образование (по направлению, соответствующему направлению программы, реализуемой организацией, осуществляющей образовательную деятельность) и отвечающими квалификационным требованиям, указанным в квалификационных справочниках, и (или) профессиональным стандартам.

Требования к педагогам дополнительного образования

Требования к образованию и обучению:

Высшее образование или среднее профессиональное образование в рамках укрупненных групп специальностей и направлений подготовки высшего образования и специальностей среднего профессионального образования "Образование и педагогические науки"

или

Высшее образование либо среднее профессиональное образование в рамках иных укрупненных групп специальностей и направлений подготовки высшего образования и специальностей среднего профессионального образования при условии его соответствия дополнительным общеразвивающим программам, дополнительным предпрофессиональным программам, реализуемым организацией, осуществляющей образовательную деятельность, и получение при необходимости после трудоустройства дополнительного профессионального образования педагогической направленности

или

Успешное прохождение обучающимися промежуточной аттестации не менее чем за два года обучения по образовательным программам высшего образования по специальностям и направлениям подготовки, соответствующим направленности дополнительных общеобразовательных программ.

Требования к опыту практической работы: не менее двух лет в должности педагога дополнительного образования, иной должности педагогического работника - для старшего педагога дополнительного образования.

Особые условия допуска к работе:

Отсутствие ограничений на занятие педагогической деятельностью, установленных законодательством Российской Федерации;

Прохождение обязательных предварительных и периодических медицинских осмотров.

9. Материально-технические условия реализации программы

Материально-техническая база образовательной организации оснащена необходимым оборудованием для доступа в интернет по выделенному каналу.

Образовательная организация имеет необходимое серверное оборудование, обеспечивающее функционирование электронной информационно-образовательной среды на платформе https://getcourse.ru/, и высокоскоростной канал доступа к электронной информационно-образовательной среде.

Обучение проводится посредством электронной образовательной среды (платформы) https://getcourse.ru и канала «Слово Профессора»: https://www.youtube.com/@slovoprofessora.

Платформа https://getcourse.ru:

- размещать обучающие материалы и задания;
- загружать обучающимся выполненные письменные, фото-, видео-задания, а также вопросы в адрес педагога;
- проводить вебинары с педагогом, а также в процессе их проведения задавать вопросы в форме текстовых сообщений;
- осуществлять контроль прогресса изучения учебных материалов, количество выполненных обучающимися заданий, а также проверять выполненные ими задания.

Для освоения образовательной программы обучающийся должен иметь доступ в сеть Интернет, а также персональный компьютер или смартфон. Используемое для обучения программное обеспечение и техника должны соответствовать следующим техническим требованиям:

• для персонального компьютера: процессор с частотой работы от 1.5ГГц, Память ОЗУ объемом не менее 4 Гб, Жесткий диск объемом не менее 128 Гб, Монитор от 10 дюймов с разрешением от 1440*900 точек (пикселей), ОС Windows 7+ или Mac OS X от 10.7+, Браузер Google Chrome последней версии.

• для смартфона: операционная система Android версии 5.0 и выше, а также ОС iOS версии 10.0 и выше, оперативная память от 1 гб и выше, экран от 720×1280 и выше, Браузер Google Chrome последней версии.

Совокупность информационных технологий, телекоммуникационных технологий, соответствующих технологических средств образовательной организации обеспечивает освоение обучающимися программы в полном объеме независимо от места нахождения обучающихся.

Информационное обеспечение:

1. Видео-уроки.
2. Учебно-методическая литература, авторские разработки.

Перечень оборудования для реализации программы

Вид работы	Наименование оборудования, программного обеспечения
Работа в информационно-телекоммуникационной сети Интернет	персональный компьютер/ноутбук (планшет, смартфон) с предустановленной системой Android, iOS, Linux или Windows, доступ к информационно-телекоммуникационной сети Интернет, микрофон, динамики (наушники), веб-камера.

Совокупность информационных технологий, телекоммуникационных технологий, соответствующих технологических средств образовательной организации обеспечивает освоение обучающимися программы в полном объеме независимо от места нахождения обучающихся.

10. Информационные и учебно-методические условия реализации программы

Литература для обучающихся:

Высоцкий И.Р. Кружок по теории вероятностей. – М.: МЦНМО, 2023. – 128 с.

Литература для педагога:

1. Арбузов, С. С. Применение технологии стрим-обучения при подготовке к ОГЭ и ЕГЭ по математике / С. С. Арбузов, К. В. Беспроскурнова, А. А. Жданова // Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий. – 2020. – № 5. – С. 128-133. – EDN MAUMRQ. (https://www.elibrary.ru/item.asp?id=43982256)

2. Тамазян, А. Г. Использование компьютерных технологий при подготовке к ОГЭ и ЕГЭ по математике / А. Г. Тамазян, Т. П. Фомина // Вестник научных конференций. – 2019. – № 4-3(44). – С. 136-138. – EDN QKFQIE. (https://www.elibrary.ru/item.asp?id=38514537)

3. Походина, М. А. Методика подготовки учащихся к успешной сдаче ЕГЭ по математике / М. А. Походина // Образование от "А" до "Я". – 2023. – № 3. – С. 57-59. – EDN ESTCZC. (https://www.elibrary.ru/item.asp?id=54306855)

4. Федорова, О. Ю. Некоторые методы подготовки к ЕГЭ по математике / О. Ю. Федорова // Актуальные проблемы развития математического образования в школе и вузе : Материалы IX международной научно-практической конференции, Барнаул, 17–18 октября 2017 года / Под редакцией Э.К. Брейтигам, И.В. Кисельникова. – Барнаул: Алтайский государственный педагогический университет, 2017. – С. 276-278. – EDN ZSPIMV. (https://www.elibrary.ru/item.asp?id=30552935)

5. Лебедева, С. В. Применение WEB-ресурсов в процессе подготовки к ЕГЭ по математике профильного уровня / С. В. Лебедева, О. В. Крутова // Образование в цифровую эпоху: проблемы и перспективы : сборник трудов Международной научно-практической конференции, Астрахань, 25–26 апреля 2019 года. – Астрахань: Астраханский государственный университет, Издательский дом «Астраханский университет», 2019. – С. 115-118. – EDN ZRWGHJ. (https://www.elibrary.ru/item.asp?id=38149239)

6. Буренина, И. П. Создание условий для эффективной подготовки школьников к ЕГЭ по математике / И. П. Буренина // Педагогическое

мастерство и современные педагогические технологии : сборник материалов VII Международной научно-практической конференции, Чебоксары, 26 декабря 2018 года. – Чебоксары: Общество с ограниченной ответственностью "Центр научного сотрудничества "Интерактив плюс", 2018. – С. 72-74. – EDN YUHMUP. (https://www.elibrary.ru/item.asp?id=36803028)

7. Туртугешев, А. В. Особенности методики подготовки к ЕГЭ по математике / А. В. Туртугешев // Аллея науки. – 2022. – Т. 1, № 3(66). – С. 692-694. – EDN HRXRRV. (https://www.elibrary.ru/item.asp?id=48661183)

Интернет-ресурсы:

Сайт олимпиады "Статистика и вероятность": https://mos.olimpiada.ru/news/3297

Канал «Слово Профессора»: https://www.youtube.com/@slovoprofessora

11. РАБОЧИЕ ПРОГРАММЫ МОДУЛЕЙ/РАЗДЕЛОВ

Рабочая программа Раздела 1. «Математика для школьников: теория вероятностей»

Цель - формирование и развитие творческих способностей обучающихся, удовлетворение их индивидуальных потребностей в интеллектуальном и нравственном совершенствовании путем получения и актуализации знаний математической статистики и теории вероятностей, формирования и развития интеллектуальной активности, логического мышления.

Достижение заявленной цели предусматривает решение следующих задач:

Обучающие (образовательные):

- осваивать теоретические знания по математической статистике и теории вероятностей, включающие в себя обобщение основных понятий и правил;
- научить работать с формулами и функциями;
- сформировать навык описание прикладных задач на математическом языке;
- формировать умения сознательного решения математических задач по изученным темам;
- обобщать опыт применения алгоритмов для решения задач, связанных с математической статистикой и теорией вероятностей;
- обучать правильному применению математической терминологии;
- обучать делать выводы и обобщения;

Развивающие:

- применять терминологию для описания математических объектов и процессов окружающего мира в количественном и пространственном отношениях;
- создать условия для усвоения принципов и подходов к решению комбинаторных задач;
- развивать потребность узнавать новое, стремиться использовать математические знания и умения в повседневной жизни;
- развивать мышление: умение анализировать, обобщать, систематизировать знания и обогащать математический опыт;

☐ развитие навыков поиска необходимой информации для выполнения учебных заданий с использованием учебной литературы, справочников (включая электронные);
☐ повышать мотивацию и формировать интерес к изучению математики;

Воспитательные:
☐ воспитывать самостоятельность, уверенность в своих силах;
☐ воспитывать ценностное отношение к знаниям, интерес к изучаемому предмету;
☐ воспитывать трудолюбие, стремление добиваться поставленной цели.

Учебный план

№ п/п	Наименование раздела, темы	Всего, час.	В том числе		Форма аттестации
			теория	практика	
Раздел 1. «Математика для школьников: теория вероятностей»					
1	Тема 1.1. Зачем нужна теория вероятностей?	2	1	1	Педагогическое наблюдение
2	Тема 1.2. Простые задачи	2	1	1	Педагогическое наблюдение
3	Тема 1.3. Диаграммы Эйлера	2	1	1	Педагогическое наблюдение
4	Тема 1.4. Геометрическая вероятность	2	1	1	Педагогическое наблюдение
5	Тема 1.5. Деревья. Условная вероятность	2	1	1	Педагогическое наблюдение
6	Тема 1.6. Независимые события	2	1	1	Педагогическое наблюдение
7	Тема 1.7. Графы с циклами и формула полной вероятности	2	1	1	Педагогическое наблюдение
8	Тема 1.8. Случайный выбор	2	1	1	Педагогическое наблюдение
9	Тема 1.9. Комбинаторика. Правило умножения. Отождествление	2	1	1	Педагогическое наблюдение
10	Тема 1.10. Сочетания	2	1	1	Педагогическое наблюдение
11	Тема 1.11. Комбинаторика в вероятностных задачах	2	1	1	Педагогическое наблюдение

12	Тема 1.12. Три эксперимента с успехом и неудачей	2	1	1	Педагогическое наблюдение
13	Тема 1.13. Бинарная случайная величина	2	1	1	Педагогическое наблюдение
14	Тема 1.14. Математическое ожидание	2	1	1	Педагогическое наблюдение
15	Тема 1.15. Три важных распределения	2	1	1	Педагогическое наблюдение
16	Тема 1.16. Метод индикаторов	2	1	1	Педагогическое наблюдение
17	Тема 1.17. Простейшие оценки	2	1	1	Педагогическое наблюдение
19	**Итого**	**34**	**17**	**17**	

Содержание

Раздел 1. «Математика для школьников: теория вероятностей»

Тема 1.1. Зачем нужна теория вероятностей?
Теория. Перчатки в ящике. «Верю – не верю». Закон больших чисел. Рыба или курица – статистическая устойчивость на борту самолета. Наблюдение устойчивости с помощью монеты.
Практика. Задача 1. Задача 2.

Тема 1.2. Простые задачи
Теория. Случайные опыты с равновозможными элементарными событиями.
Практика. Задача 3. Задача 4.

Тема 1.3. Диаграммы Эйлера
Теория. Изображение событий с помощью диаграмм. Диаграммы Эйлера. Формула сложение вероятностей.
Практика. Задача 5. Задача 6.

Тема 1.4. Геометрическая вероятность
Теория. Геометрическая вероятность. Случайные выбор точки внутри отрезка или фигуры.
Практика. Задача 7. Задача 8.

Тема 1.5. Деревья. Условная вероятность
Теория. Вычисление вероятностей вдоль цепочек в деревьях. Правило умножения вероятностей. Простейшие прогнозы.
Практика. Задача 9. Задача 10.

Тема 1.6. Независимые события

Теория. Надежность тормозов. Зачем нужны два платежных автомата там, где мало клиентов. «Парадокс независимости».
Практика. Задача 11. Задача 12.

Тема 1.7. Графы с циклами и формула полной вероятности
Теория. Графы с циклами и формула полной вероятности. Граф с циклами приводит к сумме геометрической прогрессии, а формула полной вероятности дает уравнения. Простейшее случайное блуждание и задача о разорении.
Практика. Задача 13. Задача 14.

Тема 1.8. Случайный выбор
Теория. Случайный выбор. Одновременный и последовательный случайные выбор дают одинаковые результаты.
Практика. Задача 15. Задача 16.

Тема 1.9. Комбинаторика. Правило умножения. Отождествление
Теория. Комбинаторика. Правило умножения. Отождествление. Коды и автомобильные номера. Как правильно раскрашивать палочки, карусели и браслеты.
Практика. Задача 17. Задача 18.

Тема 1.10. Сочетания
Теория. Число сочетаний. Треугольные числа. Свертка Вандермонда.
Практика. Задача 19. Задача 20.

Тема 1.11. Комбинаторика в вероятностных задачах
Теория. Комбинаторика в вероятностных задачах. Применение комбинаторных формул для перечисления элементарных исходов. Формула Бернулли.
Практика. Задача 21. Задача 22.

Тема 1.12. Три эксперимента с успехом и неудачей
Теория. Три схемы для решения задач, которые часто встречаются в жизни. Формула гипергеометрической вероятности.
Практика. Задача 23. Задача 24.

Тема 1.13. Бинарная случайная величина
Теория. Распределение бинарной случайной величины – индикатора события. Случайная величина, которая принимает всего два значения 0 и 1 для решения разных задач.
Практика. Задача 25. Задача 26.

Тема 1.14. Математическое ожидание
Теория. Математическое ожидание. Что больше – квадрат или прямоугольник?
Практика. Задача 27. Задача 28.

Тема 1.15. Три важных распределения
Теория. Геометрическая, биномиальная и гипергеометрическая схемы. Формула Бернулли.
Практика. Задача 29. Задача 30.

Тема 1.16. Метод индикаторов
Теория. Метод индикаторов. Как с помощью индикаторов искать математическое ожидание случайной величины, не зная ее распределение.
Практика. Задача 31. Задача 32.

Тема 1.17. Простейшие оценки
Теория. Рассказ о методе моментов. Простейшие оценки.
Практика. Задача 33. Задача 34.

Планируемые результаты обучения

По итогам освоения программы обучающийся приобретает

Личностные результаты
В процессе обучения совершенствуются важнейшие стороны личности обучающегося, такие как:
☐ любознательность, активность и заинтересованность в познании мира, ценностное отношение к знаниям, интерес к изучаемому предмету;
☐ способность к организации собственной деятельности; трудолюбие, стремление добиваться поставленной цели; уверенность в своих силах.

Метапредметные результаты
Содержание обучения дает возможность заниматься формированием и развитием метапредметных результатов, таких как:
☐ анализ вариантов решения задачи, выбор из них верных;
☐ способность осуществлять информационный поиск для выполнения учебных задач;
☐ выбор наиболее эффективного способа решения задачи;
☐ конструирование последовательности «шагов» (алгоритма) решения задачи;

- формирование умения понимать причины успеха/ неуспеха учебной деятельности и способности конструктивно действовать даже в ситуациях неуспеха;
- осуществление поиска необходимой информации для выполнения учебных заданий с использованием учебной литературы, справочников (включая электронные);
- овладение логическими действиями сравнения, анализа, синтеза, обобщения, классификации, установления аналогий и причинно-следственных связей, построения рассуждений.

Предметные результаты:

- правильное решение заданий по математической статистике и теории вероятностей;
- умение анализировать текст задания: ориентироваться, выделять условие и вопрос, данные и искомые числа (величины);
- определение последовательности решения задач, связанных с математической статистикой и теорией вероятностей;
- выявление закономерностей и проведение аналогий.

Календарный учебный график

Режим занятий: 1 раз в неделю по 2 акад.часа (с перерывом). Для всех видов занятий академический час устанавливается продолжительностью 45 минут.

Дата начала занятий	**Дата окончания занятий**	**Кол-во учебных недель**	**Кол-во учебных часов**	**Режим занятий**
30.09.2024	07.02.2025	17	34	1 раз в неделю по 2 акад. часа [2] (одна тема в неделю)

Организационно - педагогические условия реализации программы

Материально-техническое обеспечение:

Материально-техническая база образовательной организации оснащена необходимым оборудованием для доступа в интернет по выделенному каналу.

[2] Для всех видов занятий академический час устанавливается продолжительностью 45 минут.

Образовательная организация имеет необходимое серверное оборудование, обеспечивающее функционирование электронной информационно-образовательной среды на платформе https://getcourse.ru/, и высокоскоростной канал доступа к электронной информационно-образовательной среде.

Обучение проводится посредством электронной образовательной среды (платформы) https://getcourse.ru и канала «Слово Профессора»: https://www.youtube.com/@slovoprofessora.

Информационное обеспечение:

1. Видео-уроки.
2. Учебно-методическая литература, авторские разработки.

Кадровое обеспечение. Программу реализует(ют) педагог(и) дополнительного образования.

Реализация программы обеспечивается педагогическими кадрами, имеющими среднее профессиональное или высшее образование (по направлению, соответствующему направлению программы, реализуемой организацией, осуществляющей образовательную деятельность) и отвечающими квалификационным требованиям, указанным в квалификационных справочниках, и (или) профессиональным стандартам.

К реализации программы привлекаются специалисты с высшем образованием в области психологии и имеющие опыт практической работы в данной сфере.

Формы аттестации. Оценка качества освоения программы осуществляется педагогом на основе текущего контроля.

В ходе реализации программы обучающиеся выполняют текущие задания, решают задачи.

Текущий контроль проводится в форме наблюдения за работой обучающихся и контроля их активности на образовательной платформе, мониторинга ответов на сообщения в чате и через формы обратной связи.

Методы обучения. Методическое обеспечение программы предусматривает наличие следующих видов методического материала: видео-уроки, видеоролики, информационные материалы на сайте https://www.youtube.com/@slovoprofessora.

Список литературы

Литература для обучающихся:

Высоцкий И.Р. Кружок по теории вероятностей. – М.: МЦНМО, 2023. – 128 с.

Литература для педагога:

1. Арбузов, С. С. Применение технологии стрим-обучения при подготовке к ОГЭ и ЕГЭ по математике / С. С. Арбузов, К. В. Беспроскурнова, А. А. Жданова // Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий. – 2020. – № 5. – С. 128-133. – EDN MAUMRQ. (https://www.elibrary.ru/item.asp?id=43982256)

2. Тамазян, А. Г. Использование компьютерных технологий при подготовке к ОГЭ и ЕГЭ по математике / А. Г. Тамазян, Т. П. Фомина // Вестник научных конференций. – 2019. – № 4-3(44). – С. 136-138. – EDN QKFQIE. (https://www.elibrary.ru/item.asp?id=38514537)

3. Походина, М. А. Методика подготовки учащихся к успешной сдаче ЕГЭ по математике / М. А. Походина // Образование от "А" до "Я". – 2023. – № 3. – С. 57-59. – EDN ESTCZC. (https://www.elibrary.ru/item.asp?id=54306855)

4. Федорова, О. Ю. Некоторые методы подготовки к ЕГЭ по математике / О. Ю. Федорова // Актуальные проблемы развития математического образования в школе и вузе : Материалы IX международной научно-практической конференции, Барнаул, 17–18 октября 2017 года / Под редакцией Э.К. Брейтигам, И.В. Кисельникова. – Барнаул: Алтайский государственный педагогический университет, 2017. – С. 276-278. – EDN ZSPIMV. (https://www.elibrary.ru/item.asp?id=30552935)

5. Лебедева, С. В. Применение WEB-ресурсов в процессе подготовки к ЕГЭ по математике профильного уровня / С. В. Лебедева, О. В. Крутова // Образование в цифровую эпоху: проблемы и перспективы : сборник трудов Международной научно-практической конференции, Астрахань, 25–26 апреля 2019 года. – Астрахань: Астраханский государственный университет, Издательский дом «Астраханский университет», 2019. – С. 115-118. – EDN ZRWGHJ. (https://www.elibrary.ru/item.asp?id=38149239)

6. Буренина, И. П. Создание условий для эффективной подготовки школьников к ЕГЭ по математике / И. П. Буренина // Педагогическое мастерство и современные педагогические технологии : сборник материалов VII Международной научно-практической конференции, Чебоксары, 26 декабря 2018 года. – Чебоксары: Общество с ограниченной ответственностью "Центр научного сотрудничества "Интерактив плюс", 2018. – С. 72-74. – EDN YUHMUP. (https://www.elibrary.ru/item.asp?id=36803028)

7. Туртугешев, А. В. Особенности методики подготовки к ЕГЭ по математике / А. В. Туртугешев // Аллея науки. – 2022. – Т. 1, № 3(66). – С. 692-694. – EDN HRXRRV. (https://www.elibrary.ru/item.asp?id=48661183)

Интернет-ресурсы:

Сайт олимпиады "Статистика и вероятность": https://mos.olimpiada.ru/news/3297

Канал «Слово Профессора»: https://www.youtube.com/@slovoprofessora

12. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ВОСПИТАНИЯ

Рабочая программа воспитания предназначена для всех групп обучающихся по дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программе «Математика для школьников: теория вероятности».

Цель: совершенствование важнейших сторон личности обучающегося, таких как саморазвитие на основе мотивации к познанию, развитие самостоятельности, целеустремленности, математической культуры.

Задачи:
- ☐ воспитать самостоятельность, уверенность в своих силах;
- ☐ воспитать ценностное отношение к знаниям, интерес к изучаемому предмету;
- ☐ воспитать трудолюбие, стремление добиваться поставленной цели.

Планируемые результаты реализации программы воспитания:
Содержание программы воспитания дает возможность формировать у обучающихся такие результаты, как:
- ☐ любознательность, активность и заинтересованность в познании мира, ценностное отношение к знаниям, интерес к изучаемому предмету;
- ☐ способность к организации собственной деятельности, трудолюбие, стремление добиваться поставленной цели; уверенность в своих силах.

Содержание работы с обучающимися

Работа с обучающимися включает:
- формирование умений и навыков самостоятельной деятельности, самоорганизации, ответственности;
- развитие творческого потенциала обучающихся;
- содействие формированию активной позиции.

Оценка результативности реализации программы воспитания

В процессе реализации программы воспитания используются следующие диагностические методики:

Методики диагностики развития личности ребенка

1. *Методика оценки результативности реализации образовательной программы* (Шаршакова Л.Б. Педагогическая диагностика образовательного процесса. Методическое пособие для педагогов дополнительного образования — СПб.: ГБОУ ДОД Дворец детского (юношеского) творчества

«У Вознесенского моста», 2013. — 52 с.) из опыта работы ГБУ ДО ДДЮТ Красносельского района Санкт-Петербурга.

2. *Методика самооценки обучающихся и экспертной оценки педагогом компетентности обучающихся* (Сеничева И.О., Ситник Л.Р., Результативность образовательного процесса УДОД. Итоги реализации вариативных программ исследования // Материалы согласованного исследования проблем дополнительного образования / Информационно-методический бюллетень. − СПб., 2007.− № 6.− 122 с.).

Карта самооценки обучающимся и экспертной оценки педагогом компетентности обучающегося

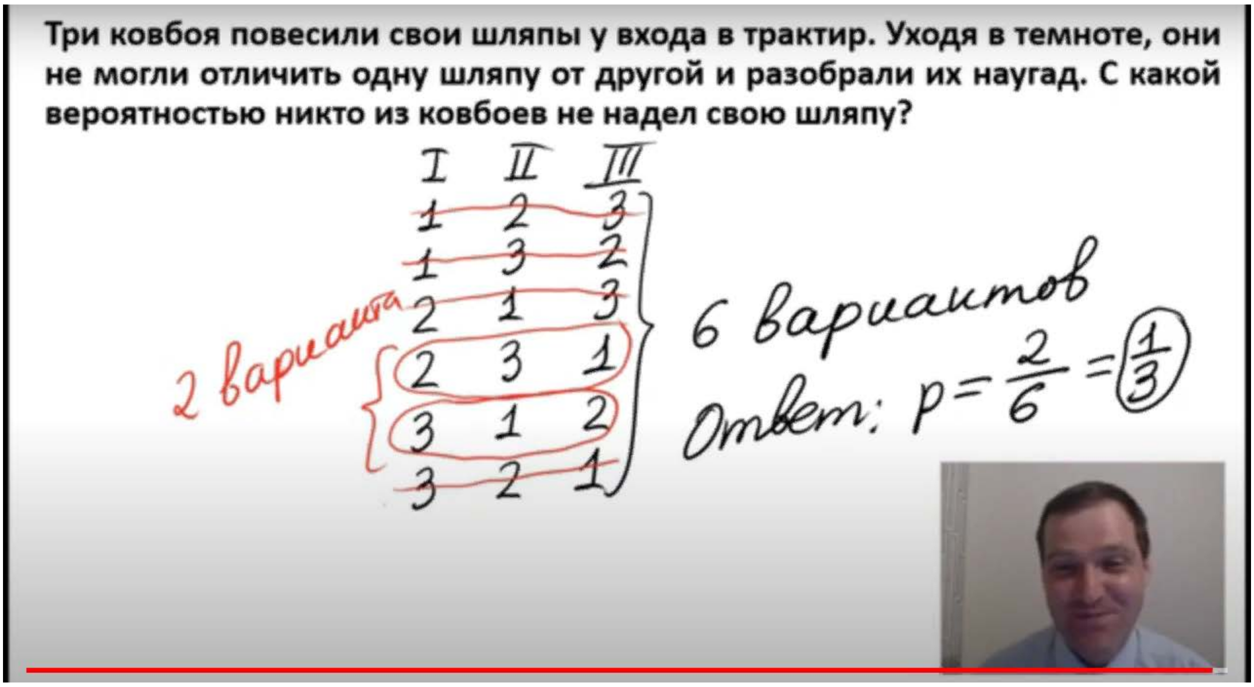
Оцените, пожалуйста, по пятибалльной шкале знания и умения, которые вы получили, при этом впишите соответствующую цифру (1 – самая низкая оценка, 5 – самая высокая).

№ п/п	Характеристика знаний, умений, навыков	Шкала оценки					Сумма баллов	Резуль-тат
		1	2	3	4	5		
1.	Освоил теоретический материал по темам программы (могу ответить на вопросы педагога)							
2.	Понимаю термины, используемые на занятиях							
3.	Научился использовать полученные на занятиях знания в практической деятельности							
4.	Научился самостоятельно выполнять задания							
5.	Умею воплощать свои творческие замыслы							
6.	Могу научить других тому, чему научился сам на занятиях							
7.	Научился получать информацию из различных источников							
8.	Мои достижения в результате занятий							

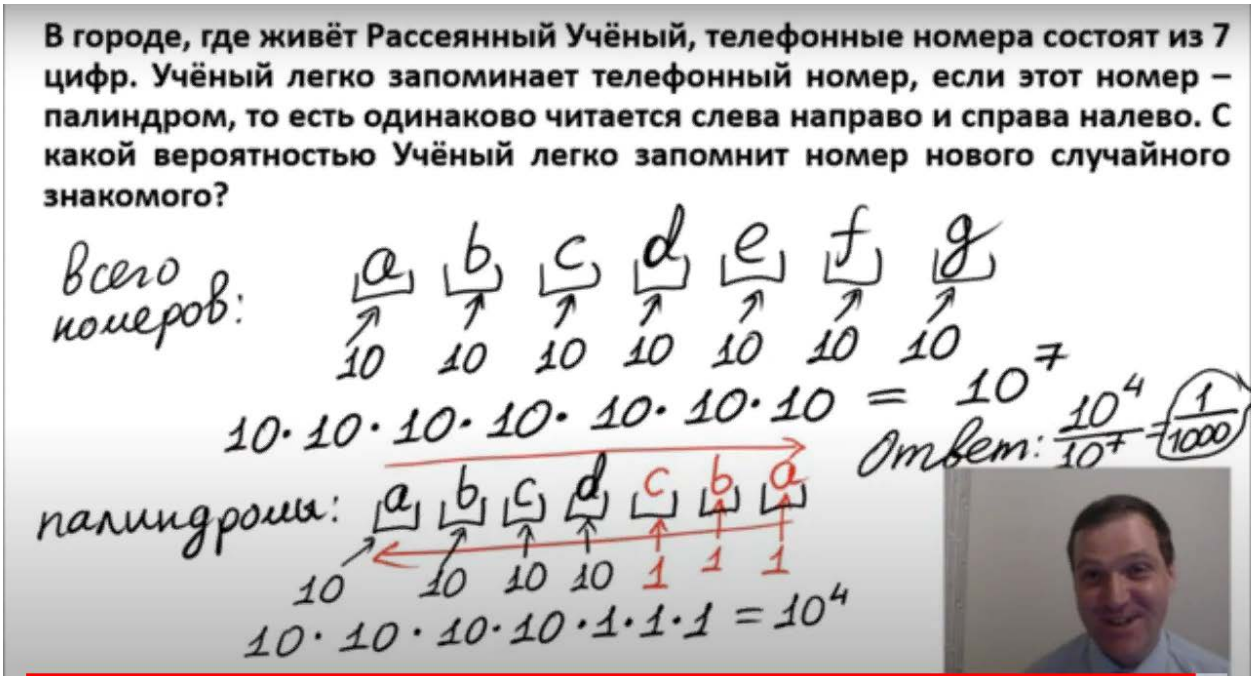
13. ДИДАКТИЧЕСКИЕ И ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Практические занятия

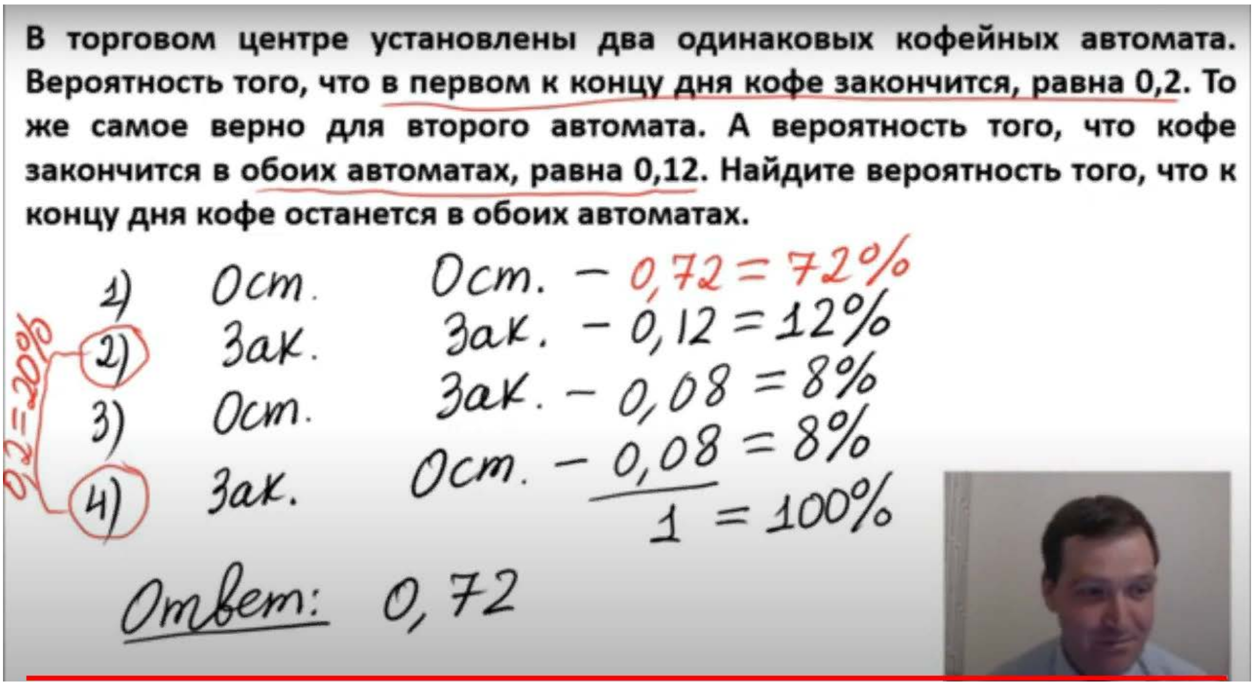
Задача 1



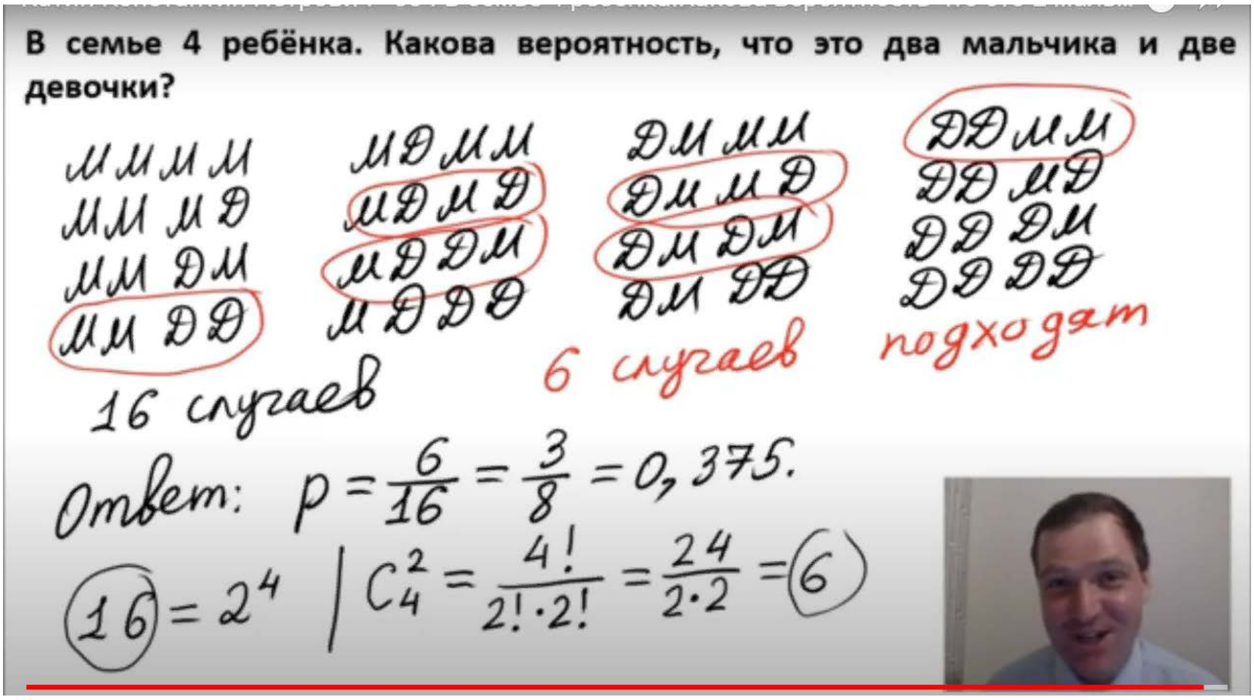
Задача 2



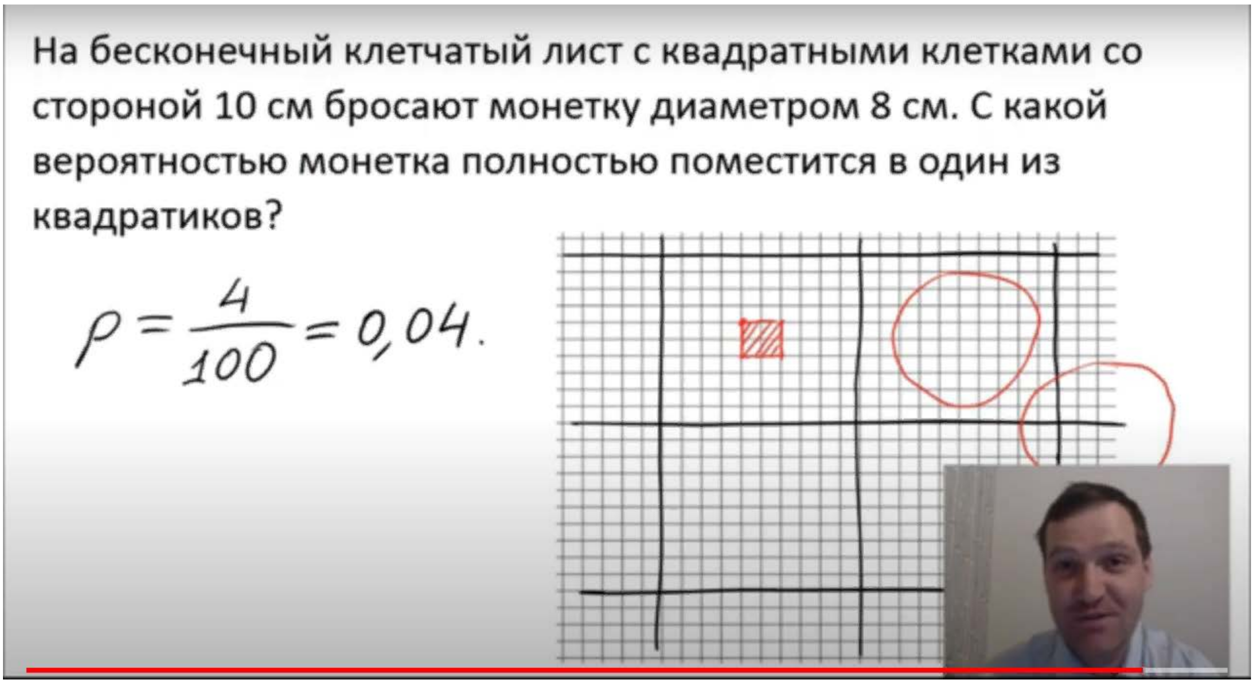
Задача 3



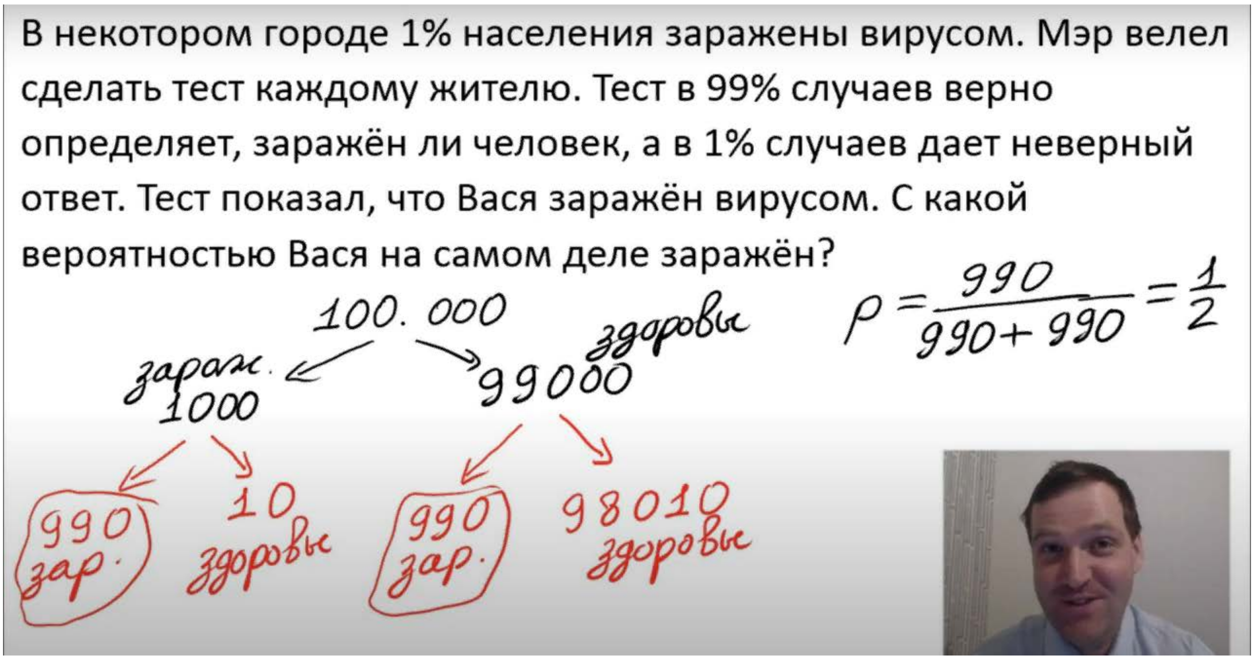
Задача 4



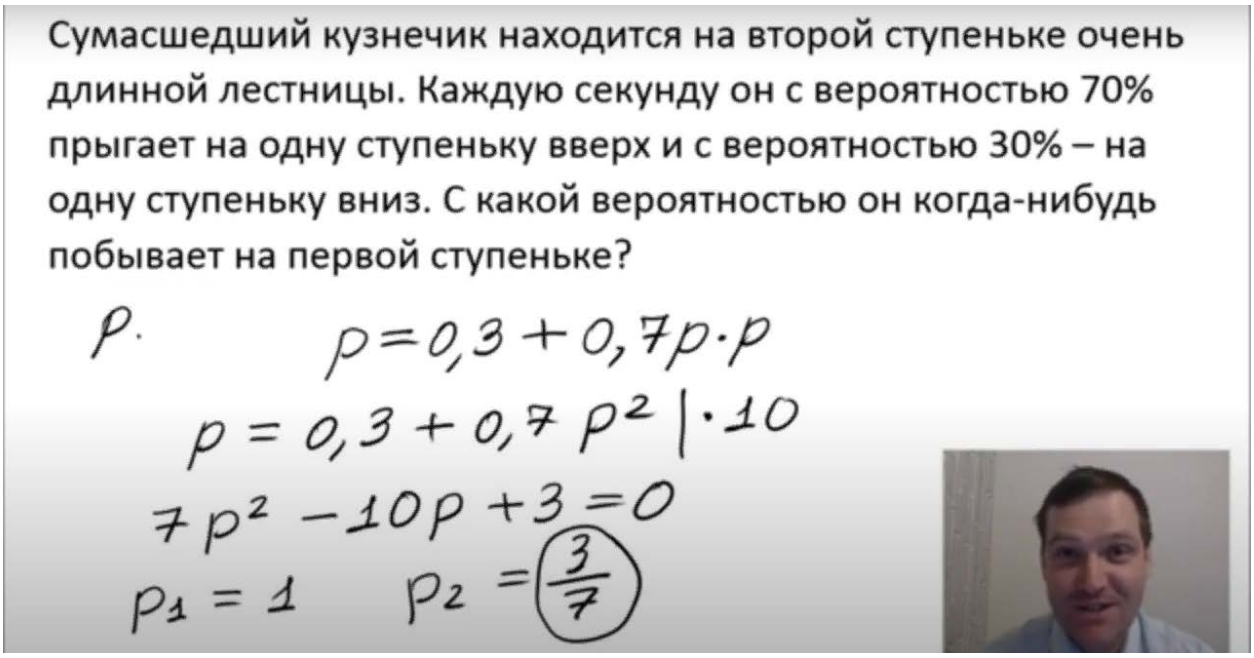
Задача 5



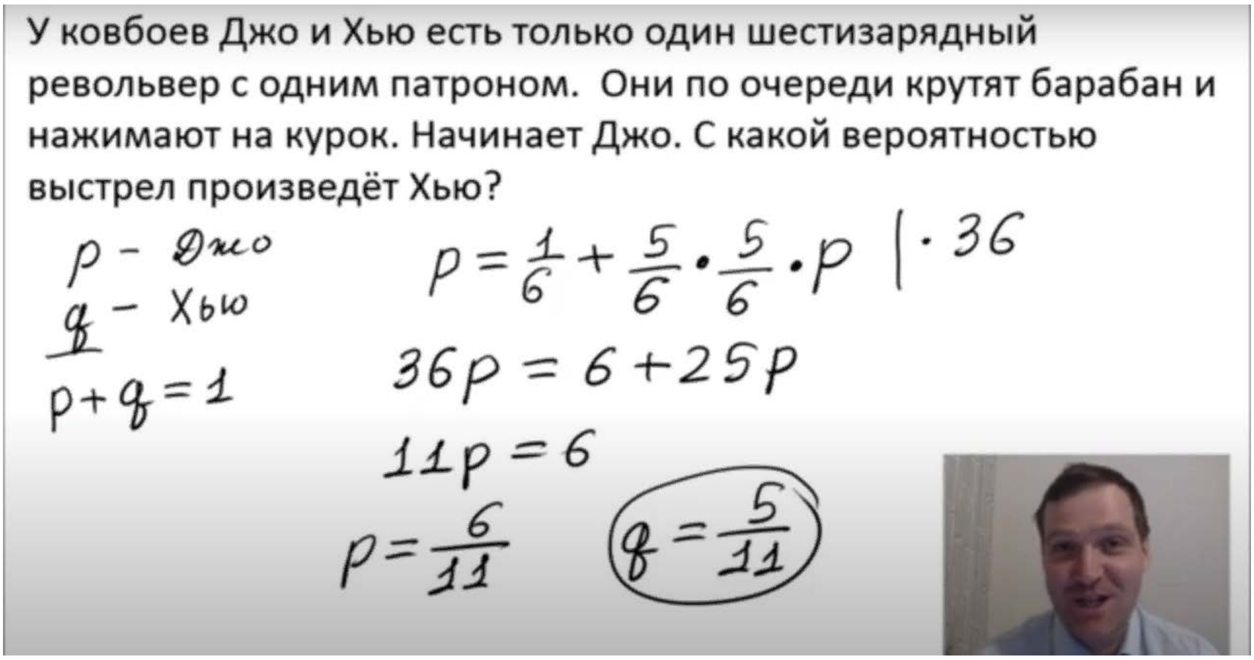
Задача 6



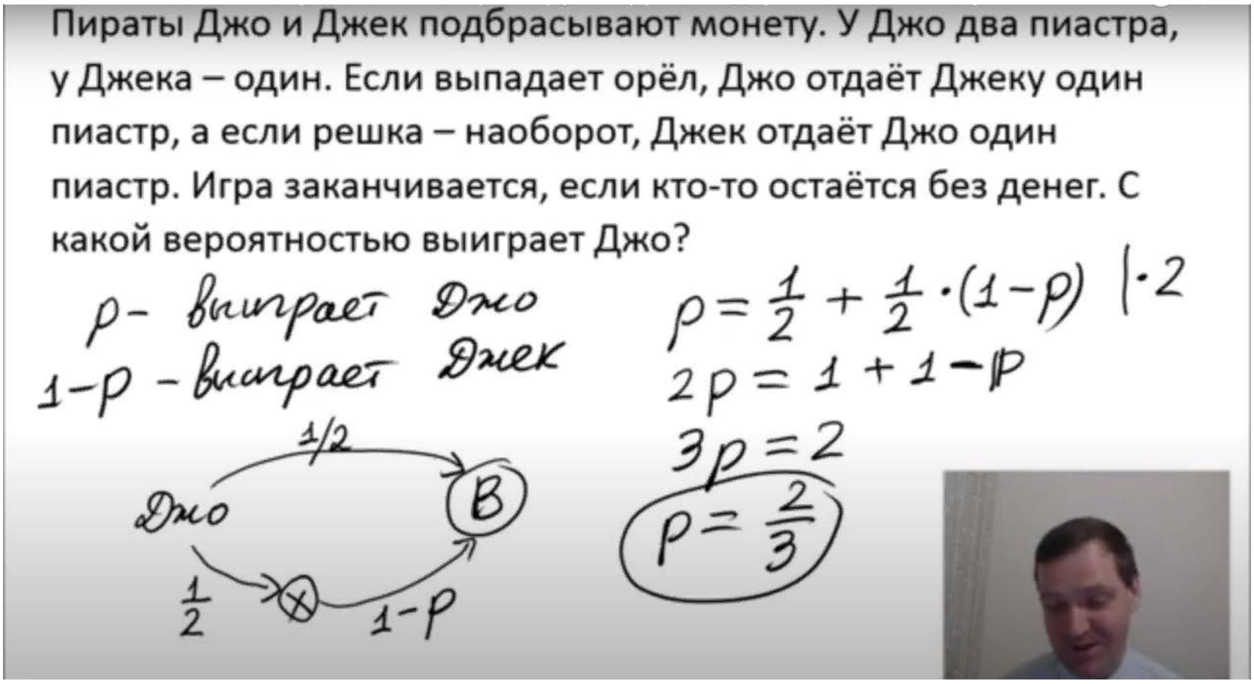
Задача 7



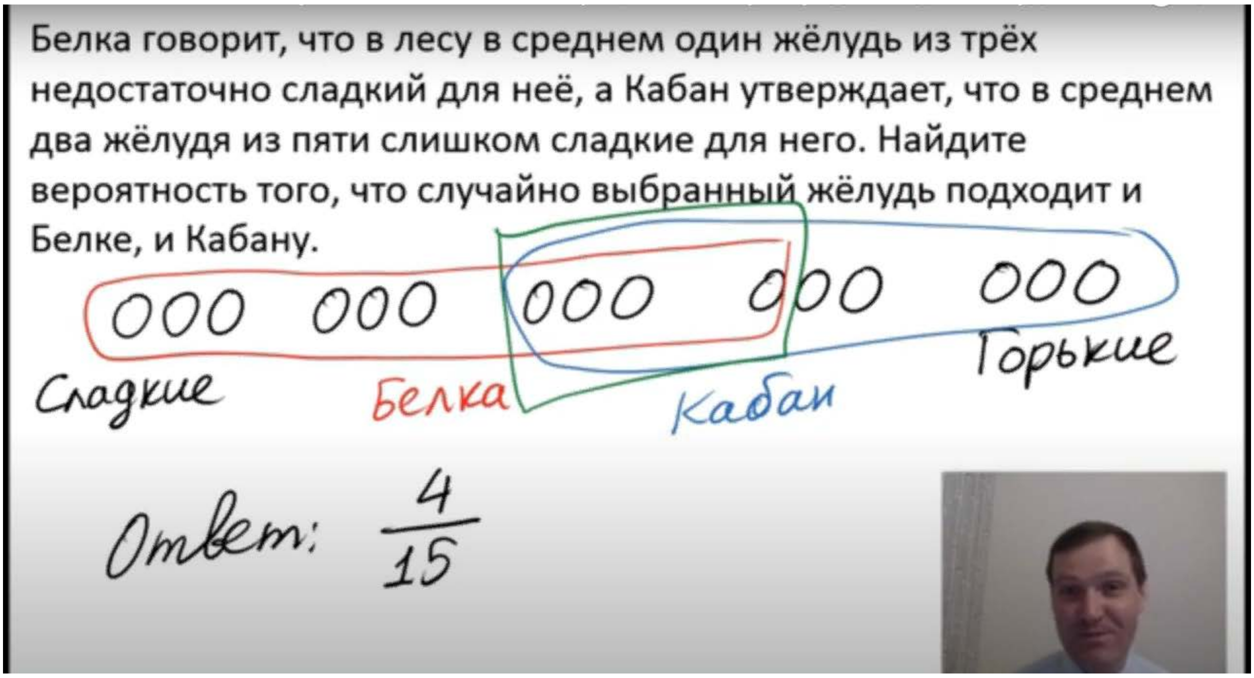
Задача 8



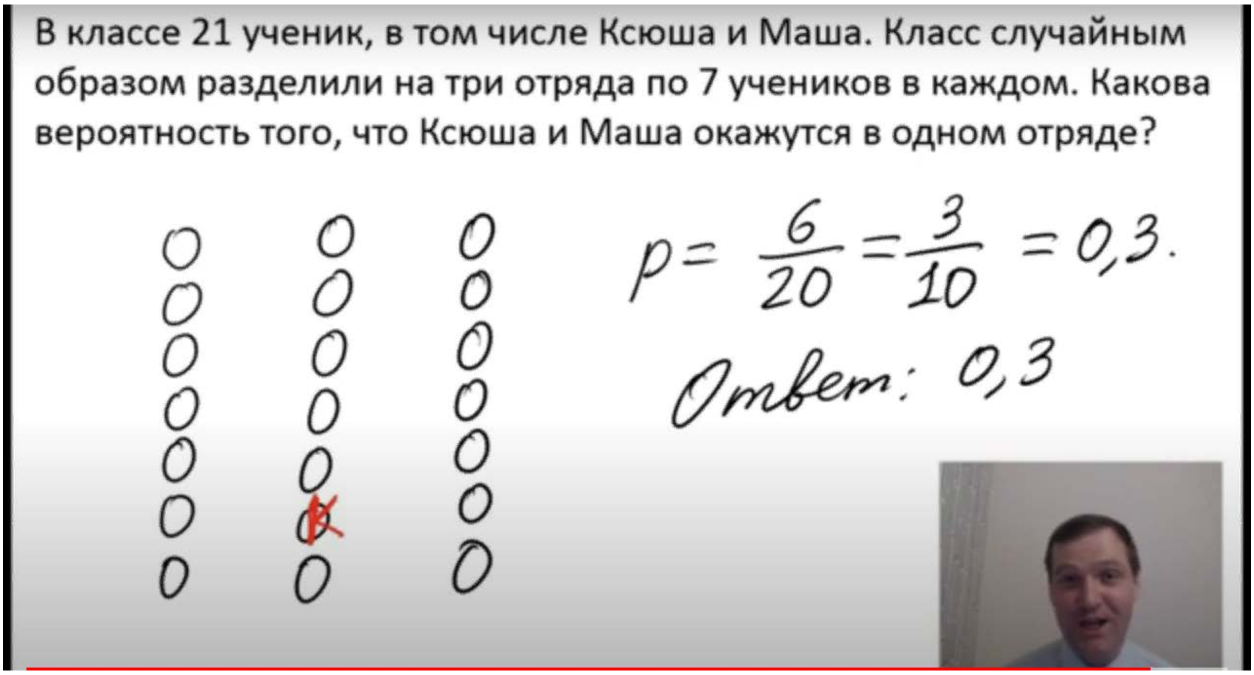
Задача 9



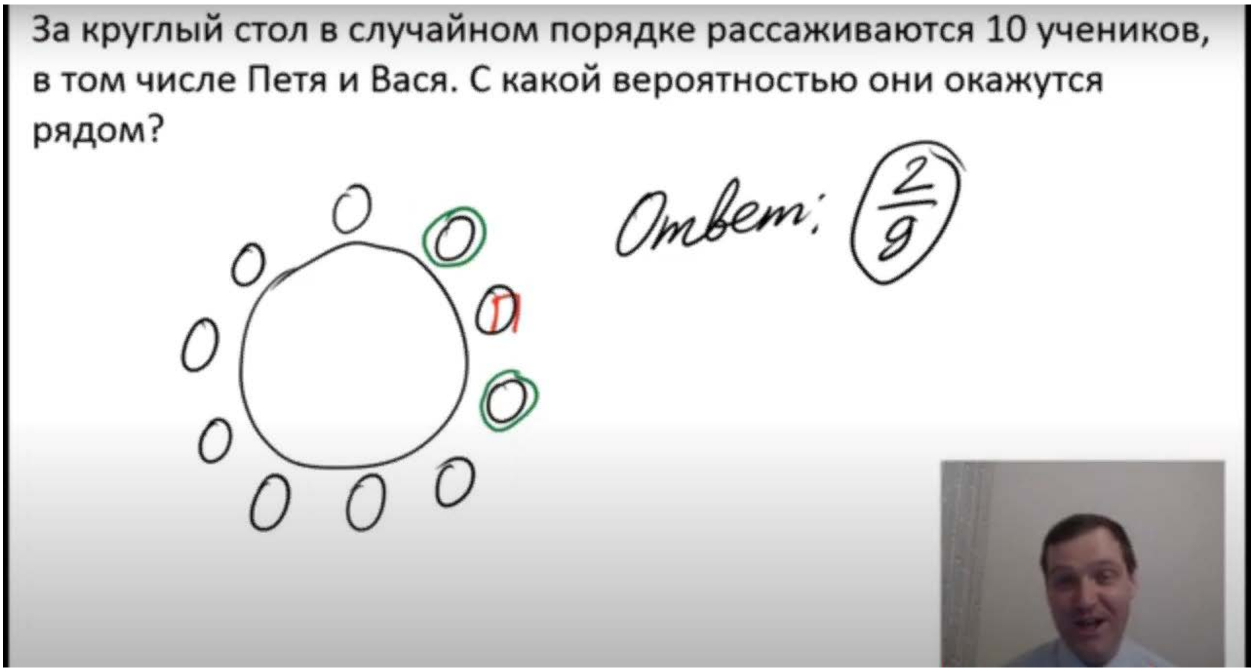
Задача 10



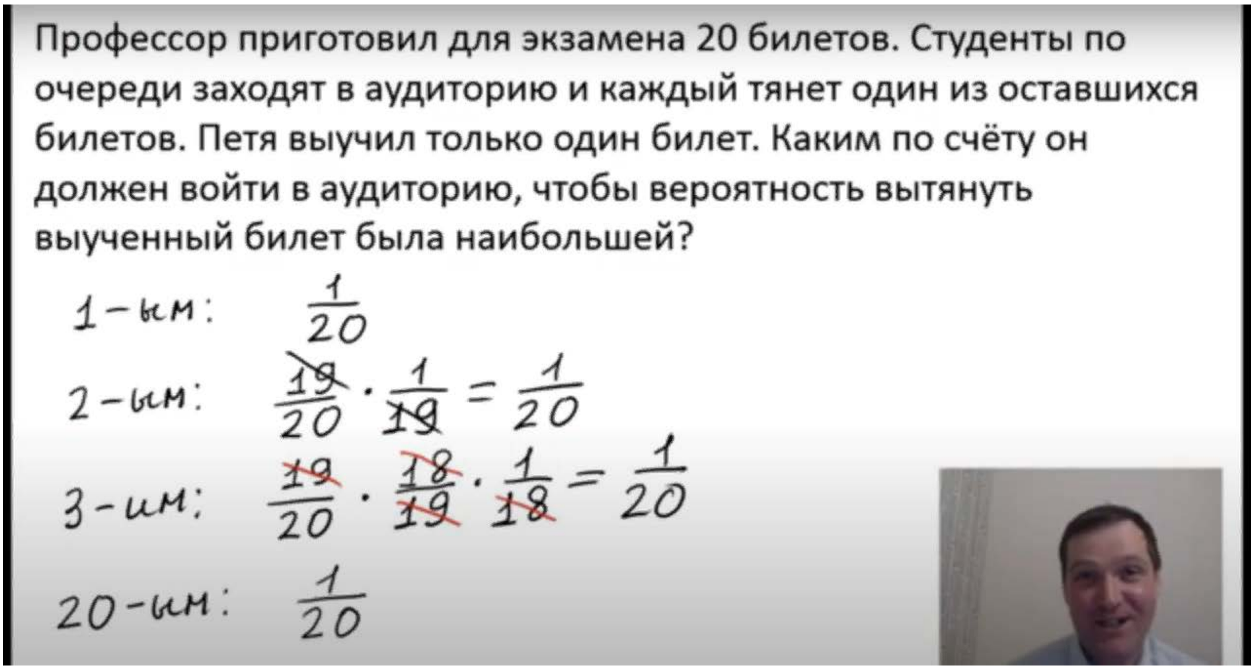
Задача 11



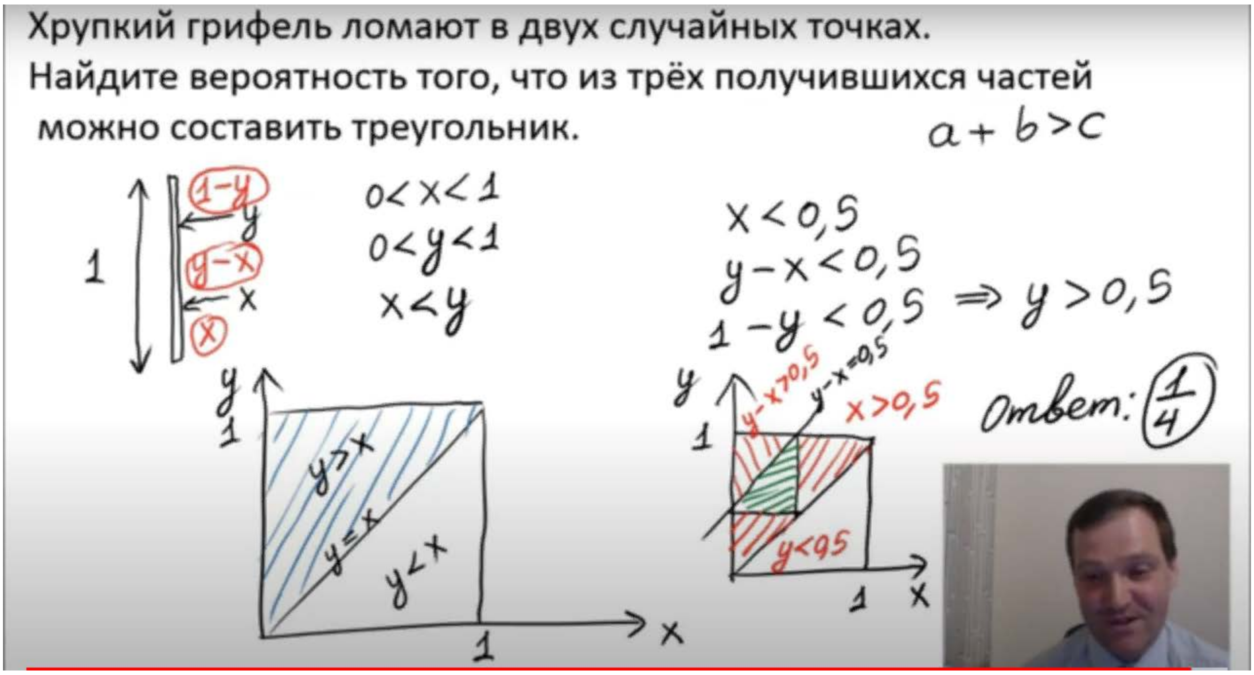
Задача 12



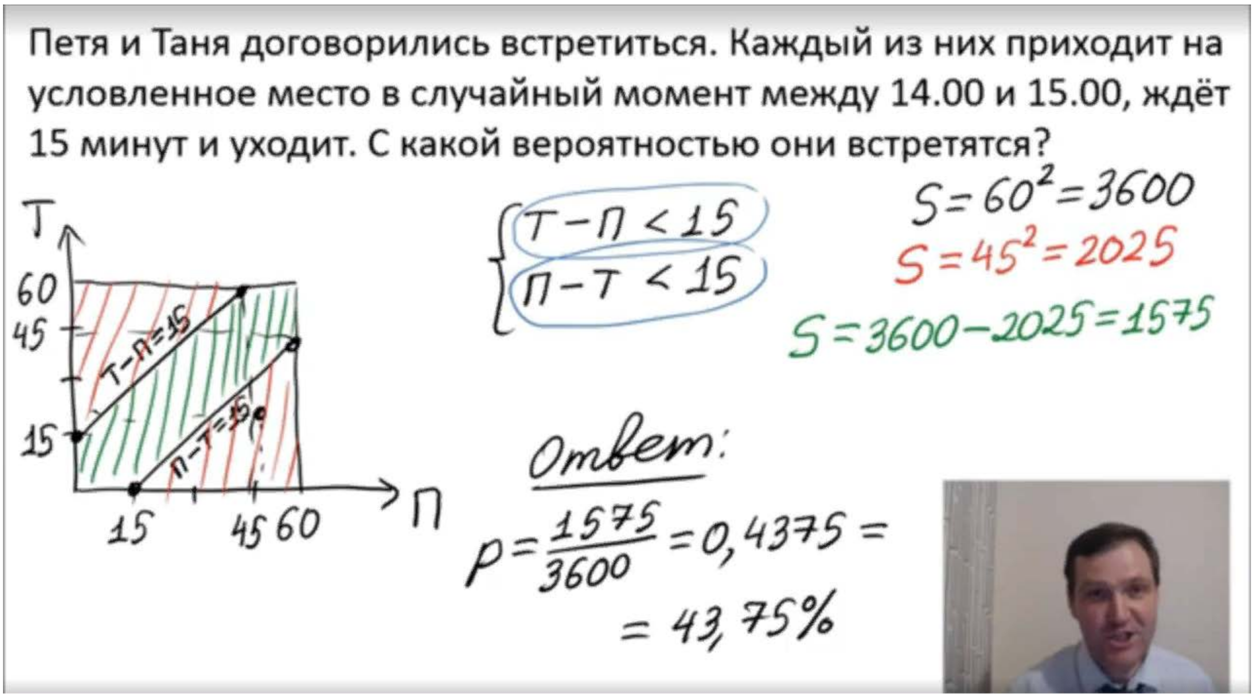
Задача 13



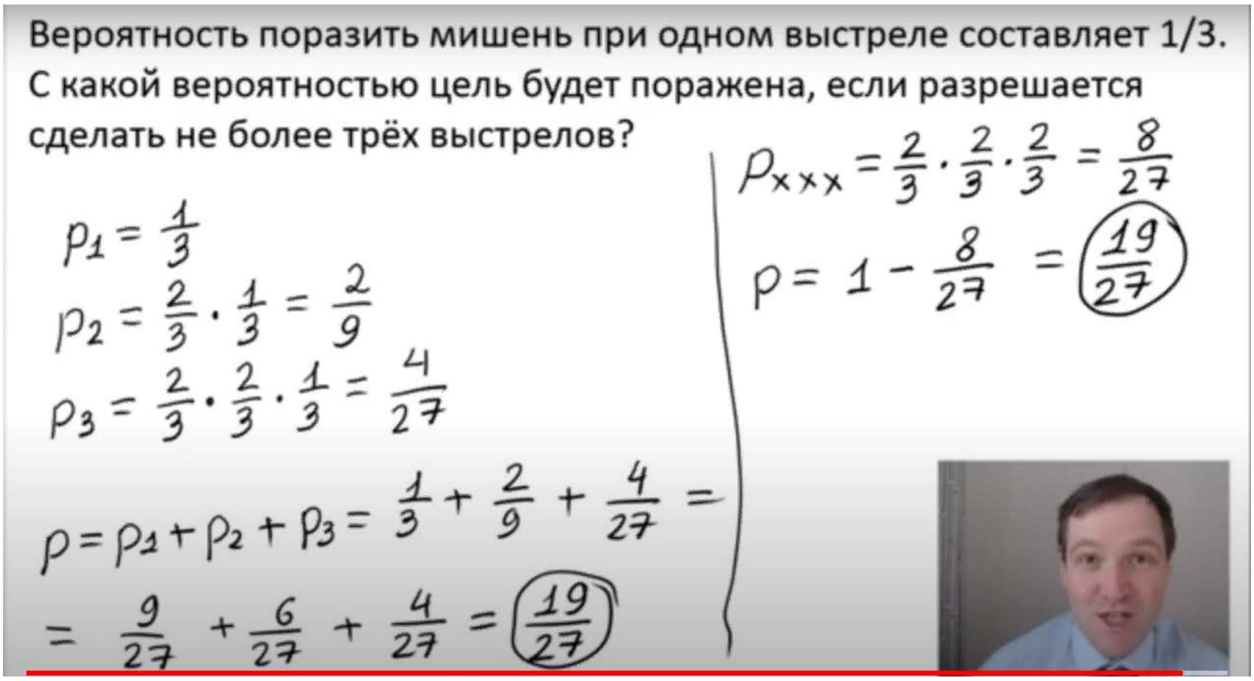
Задача 14



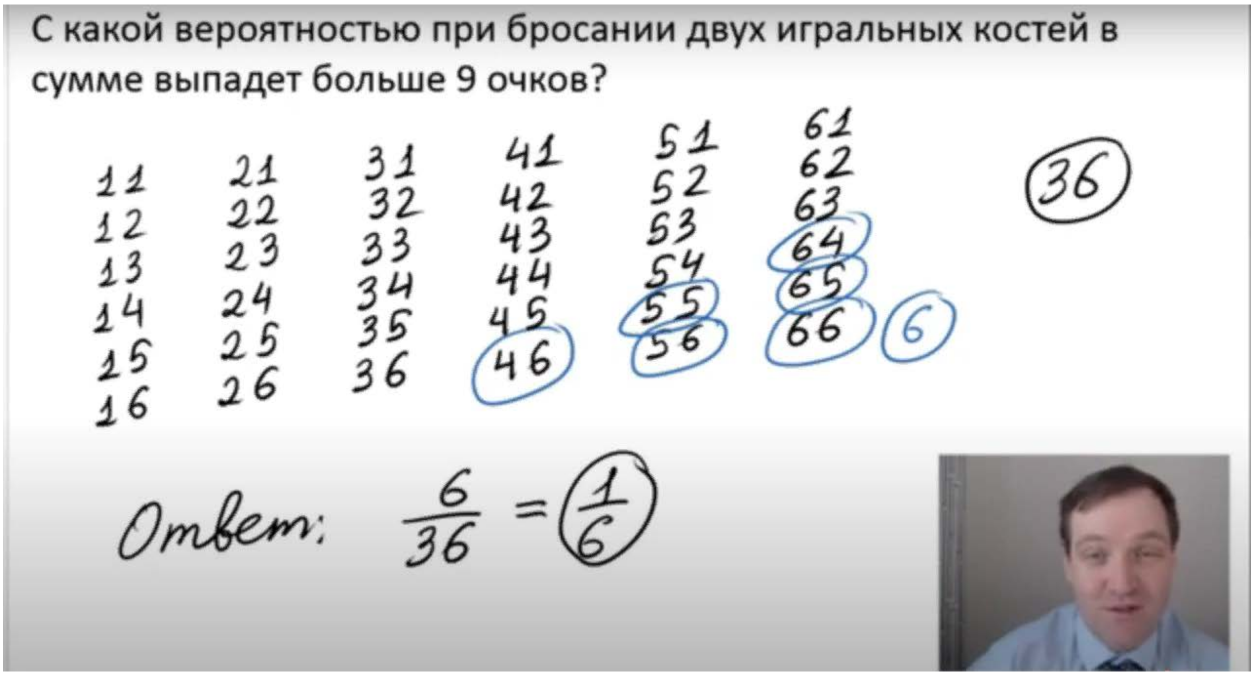
Задача 15



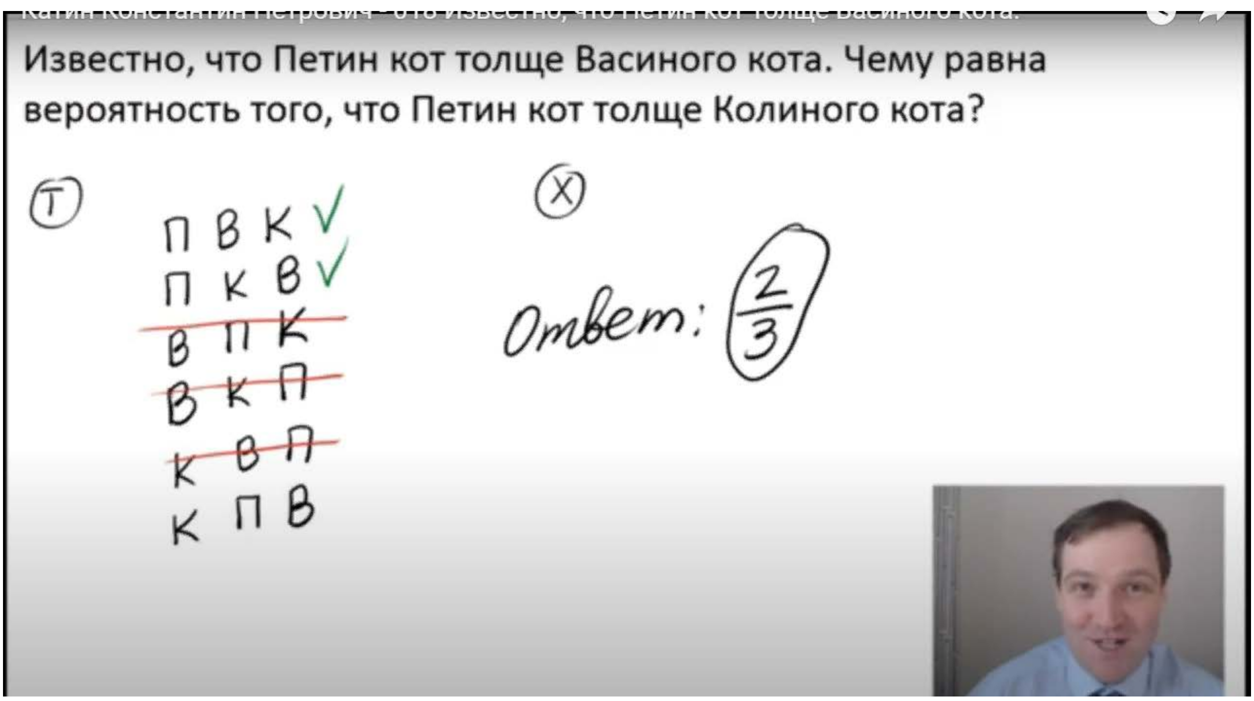
Задача 16



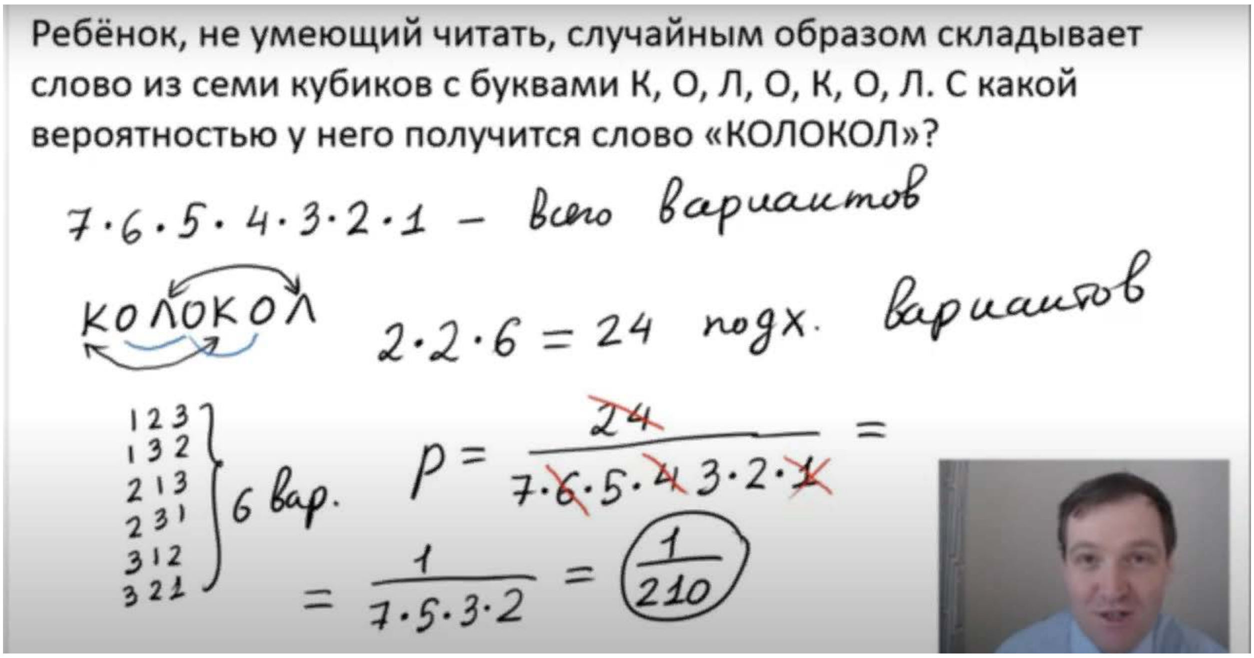
Задача 17



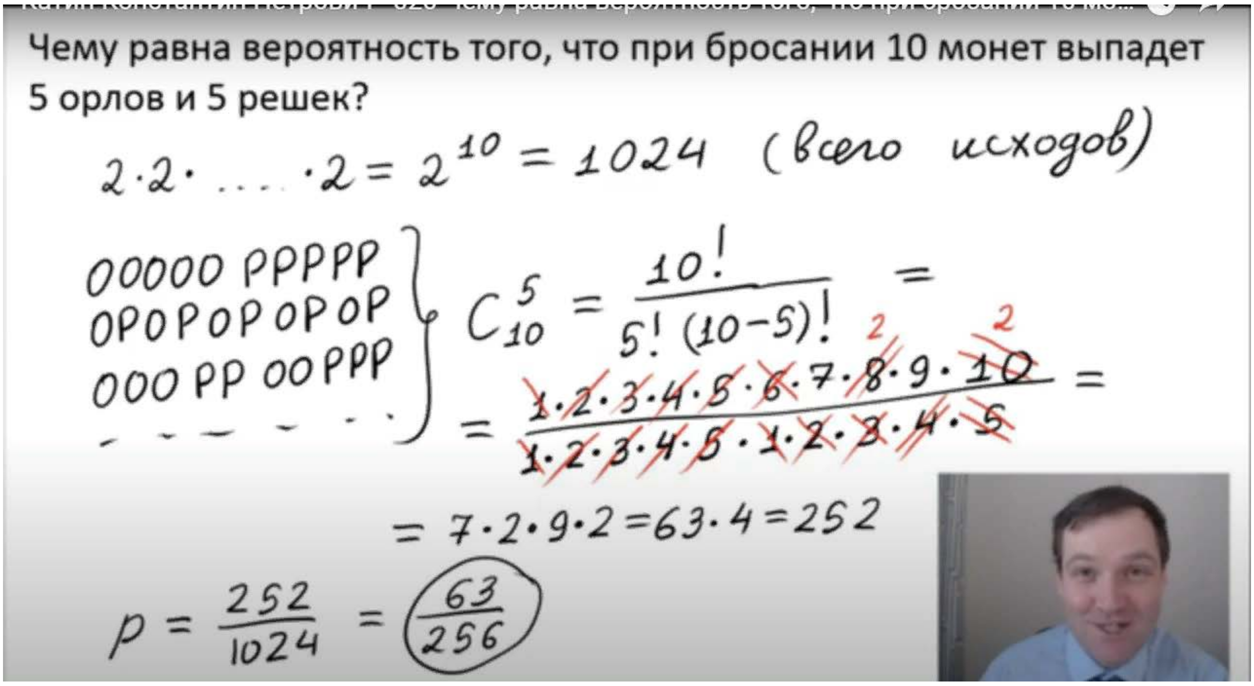
Задача 18



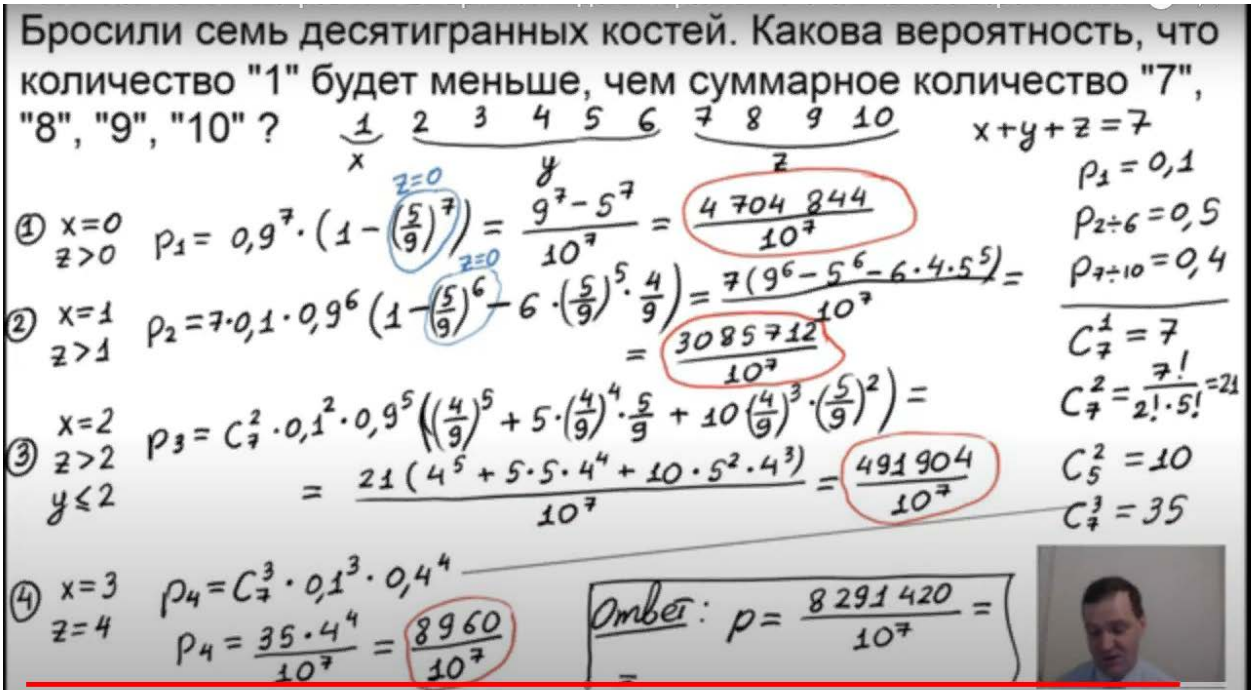
Задача 19



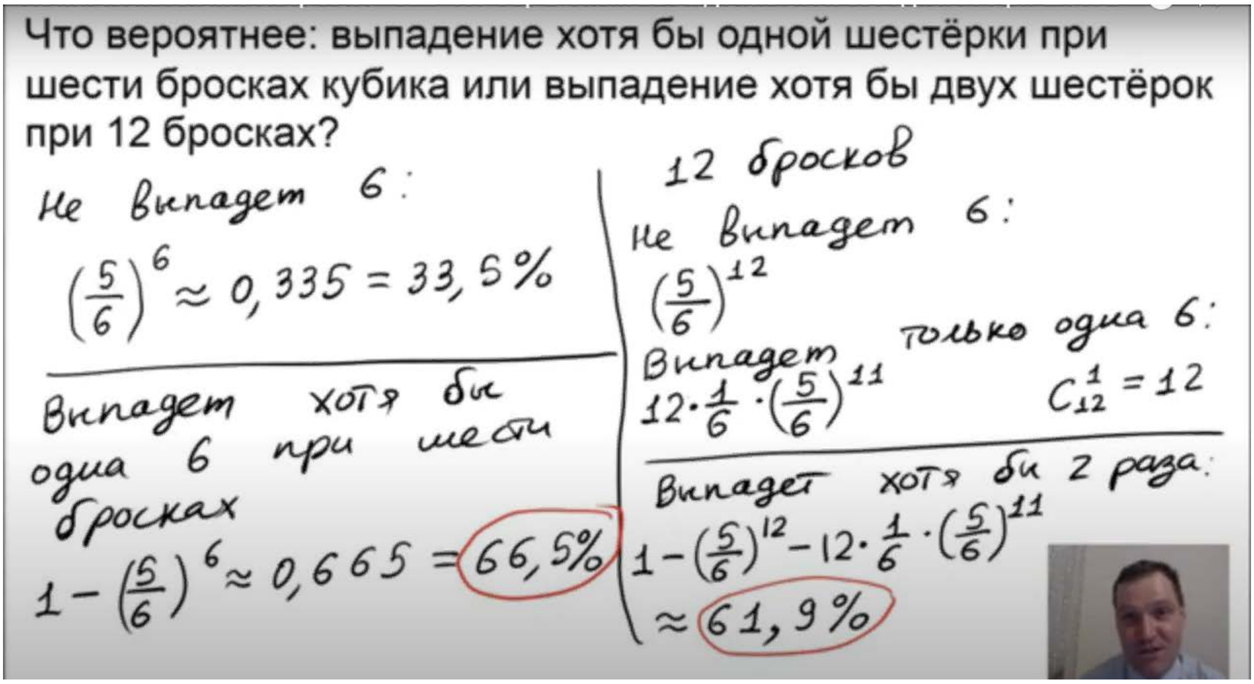
Задача 20



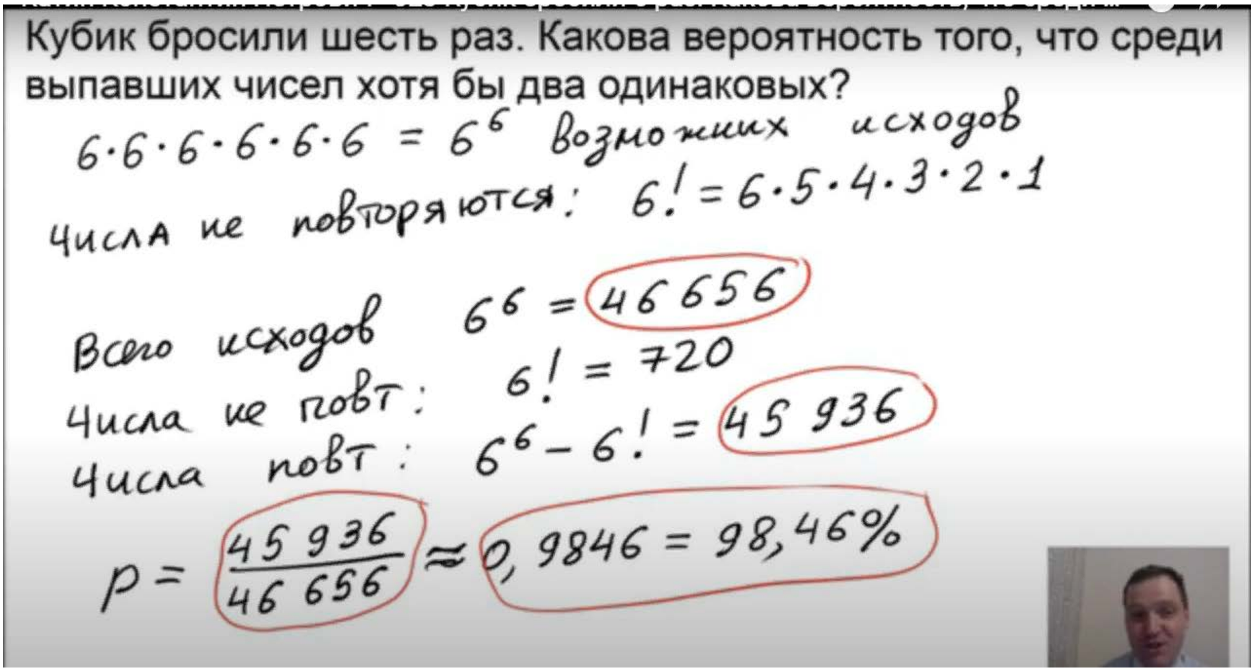
Задача 21



Задача 22

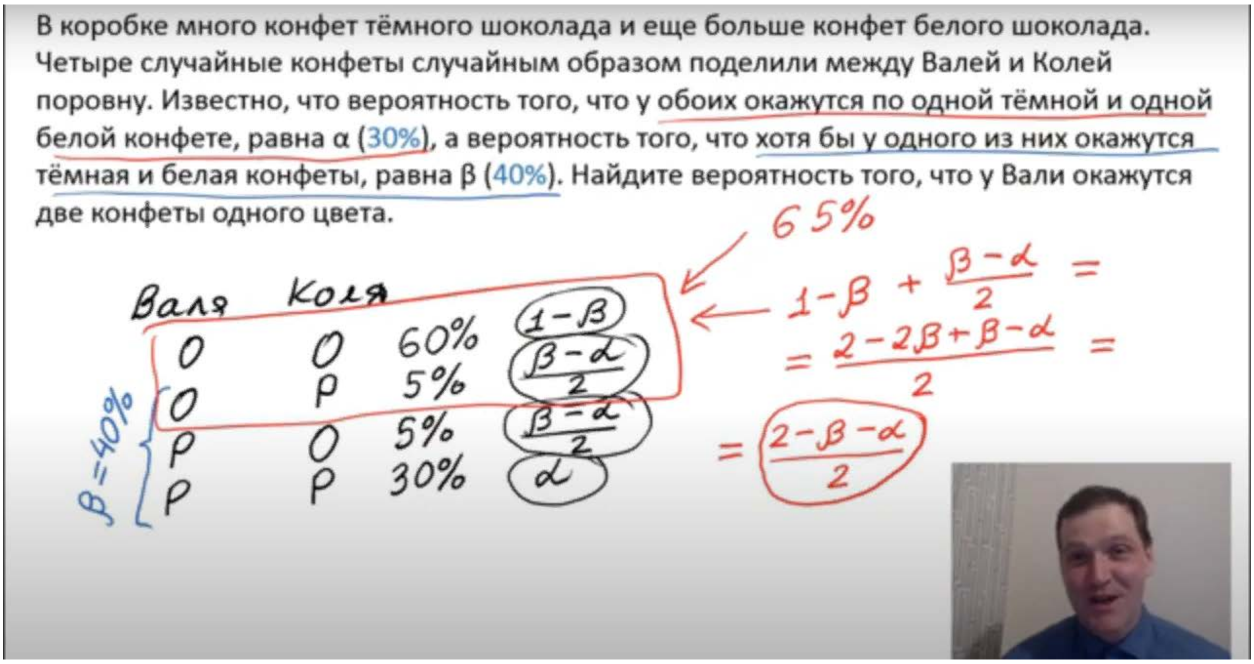


Задача 23

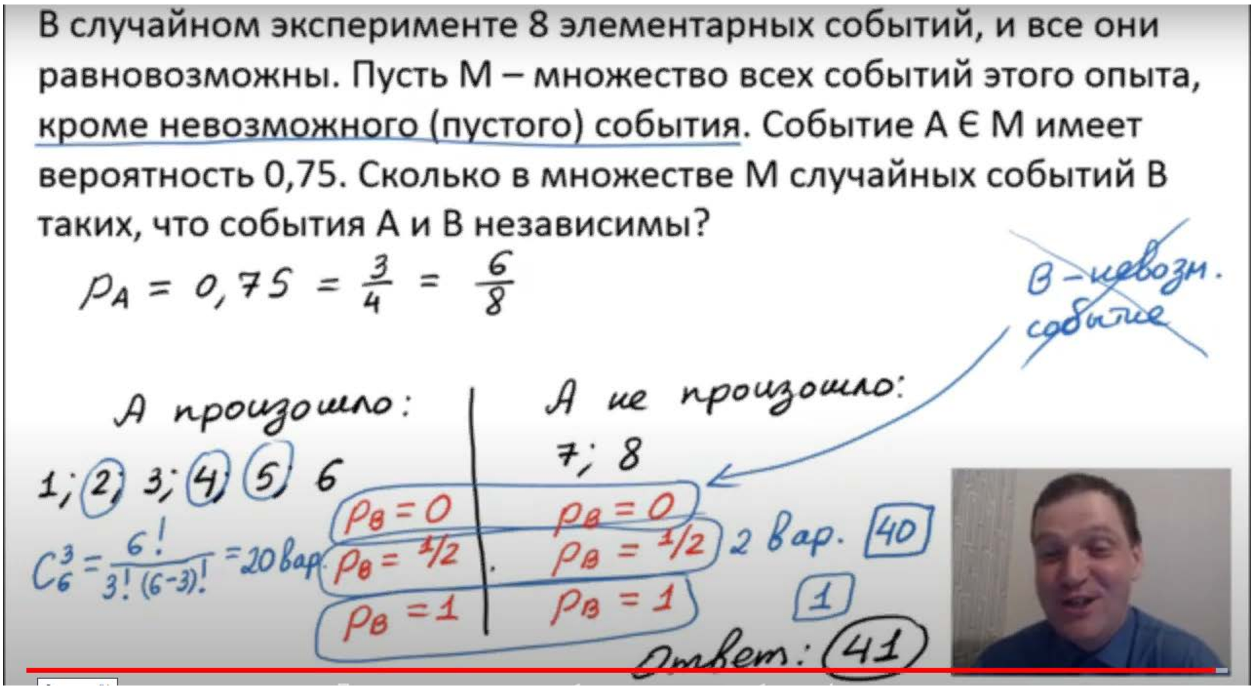


Задача 24

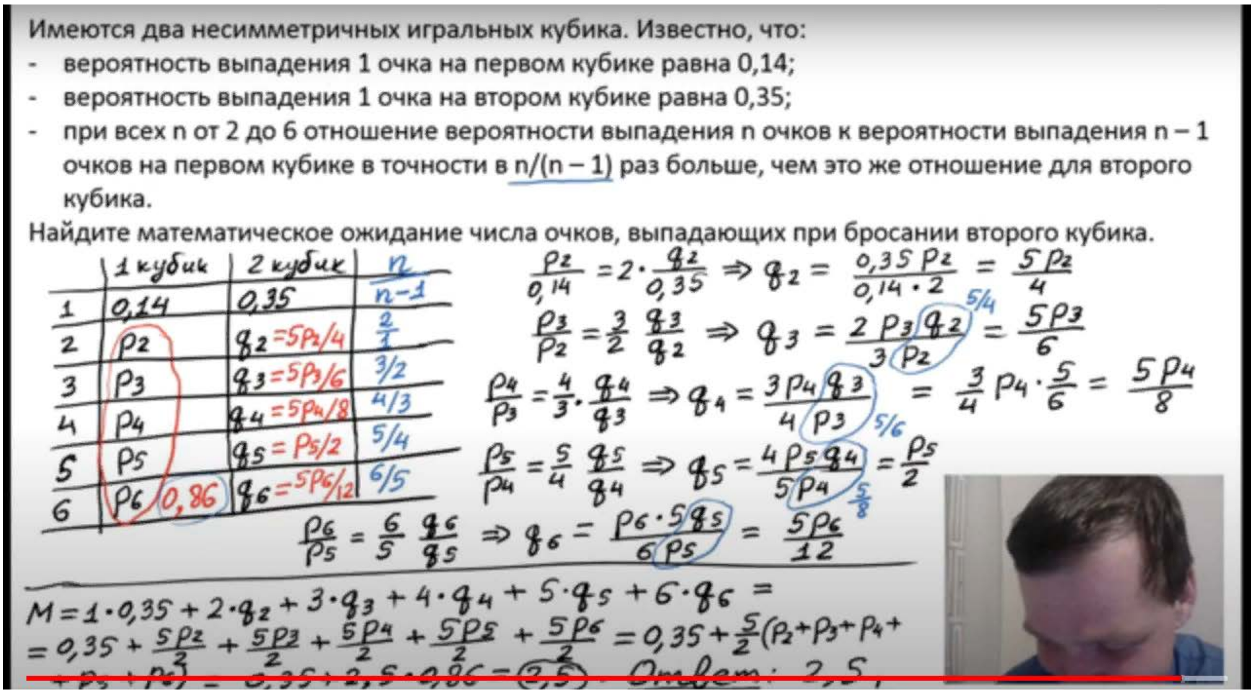
Задача 25



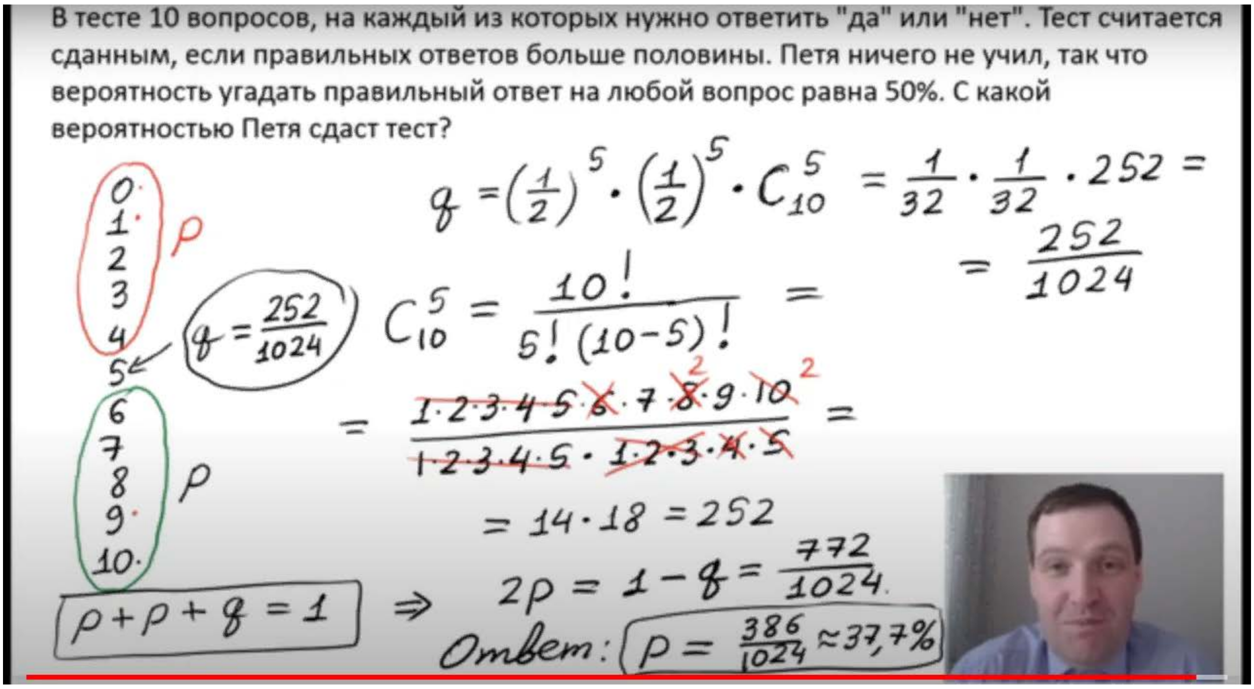
Задача 26



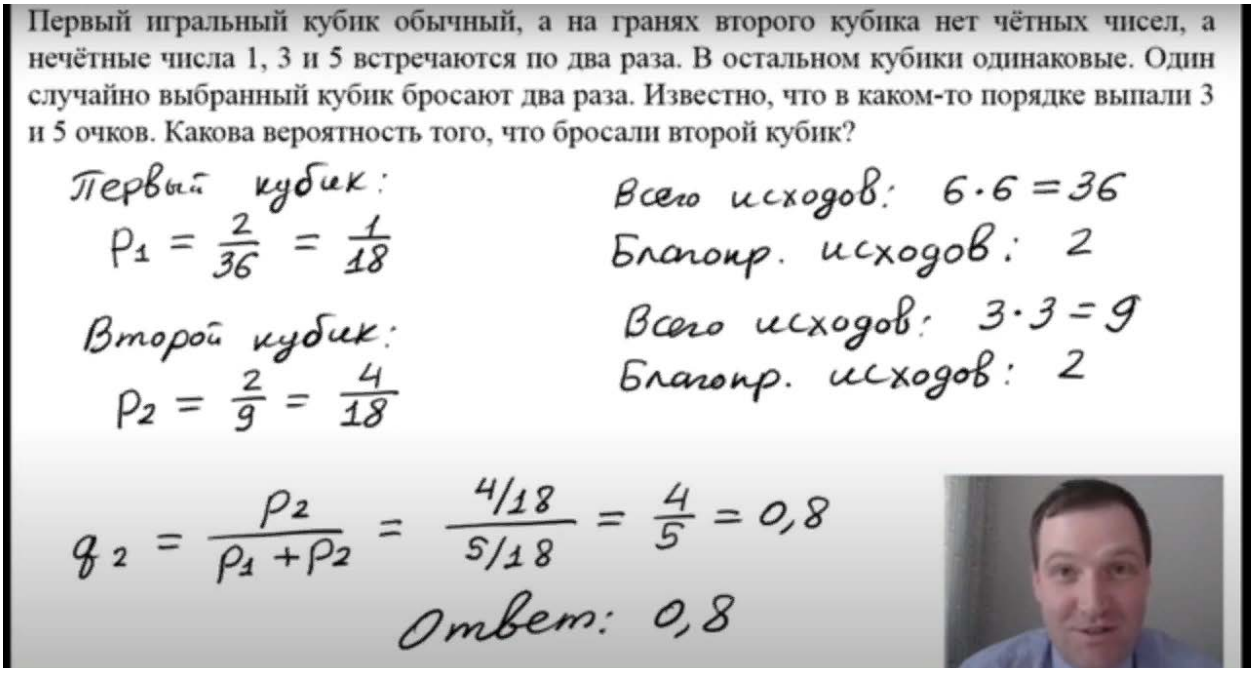
Задача 27



Задача 28

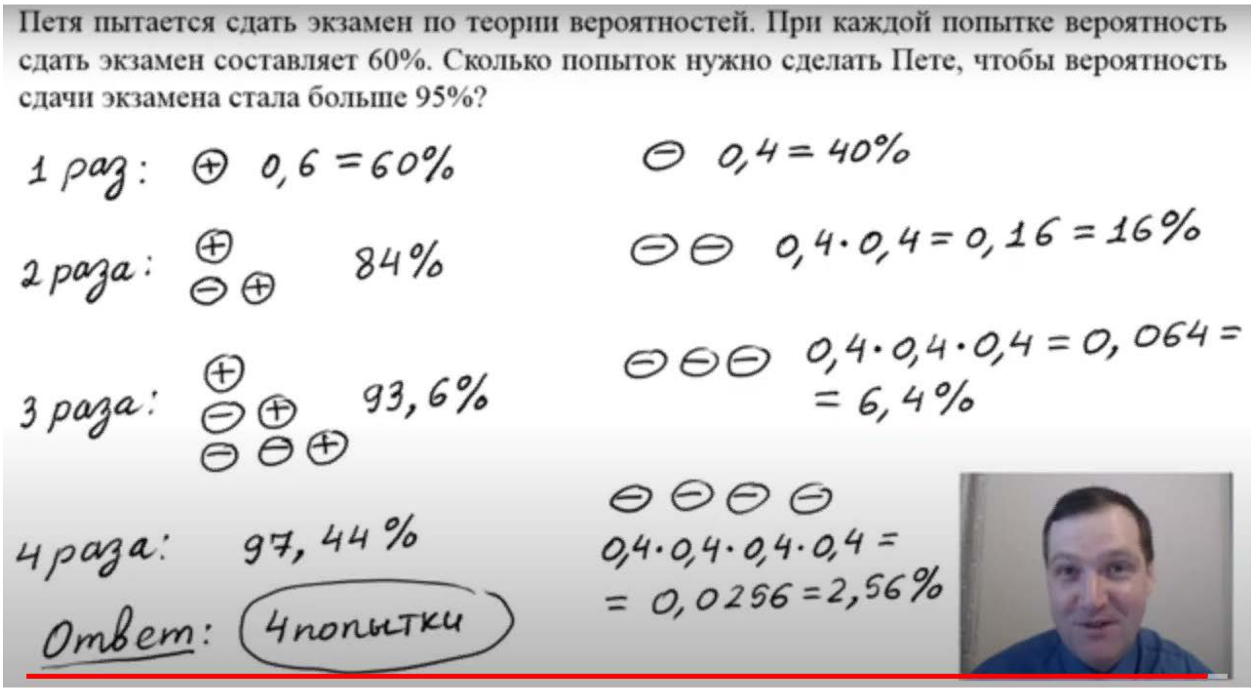


Задача 29

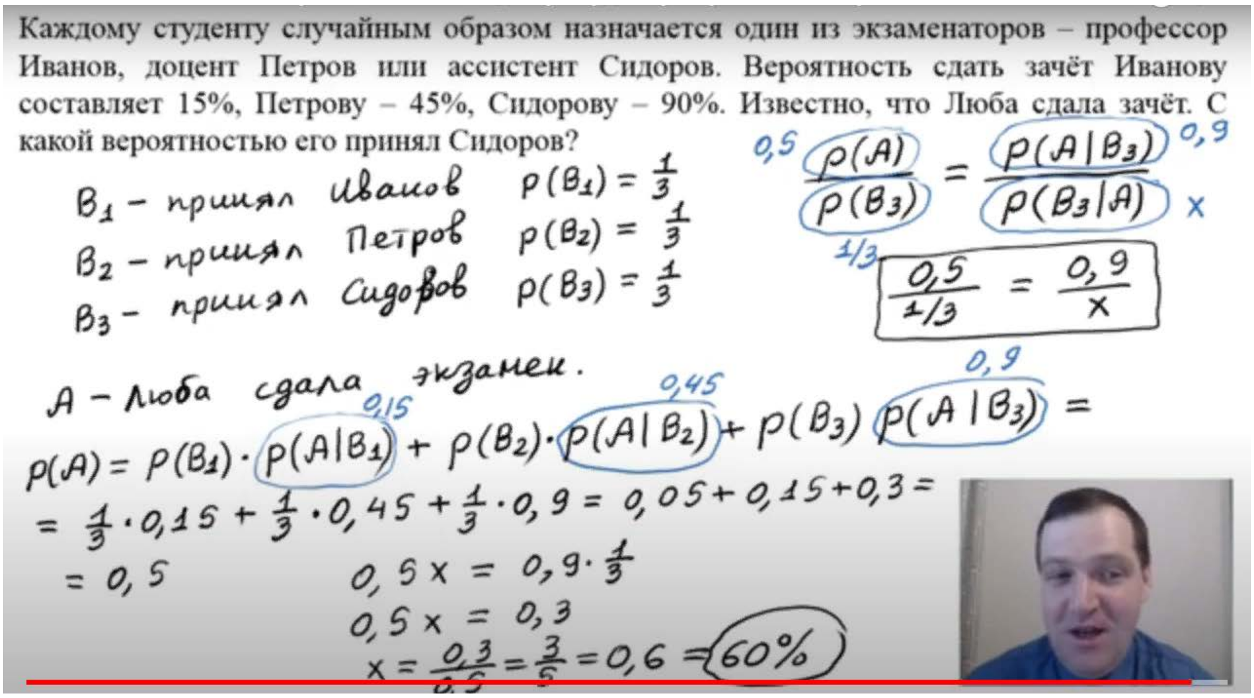


Задача 30

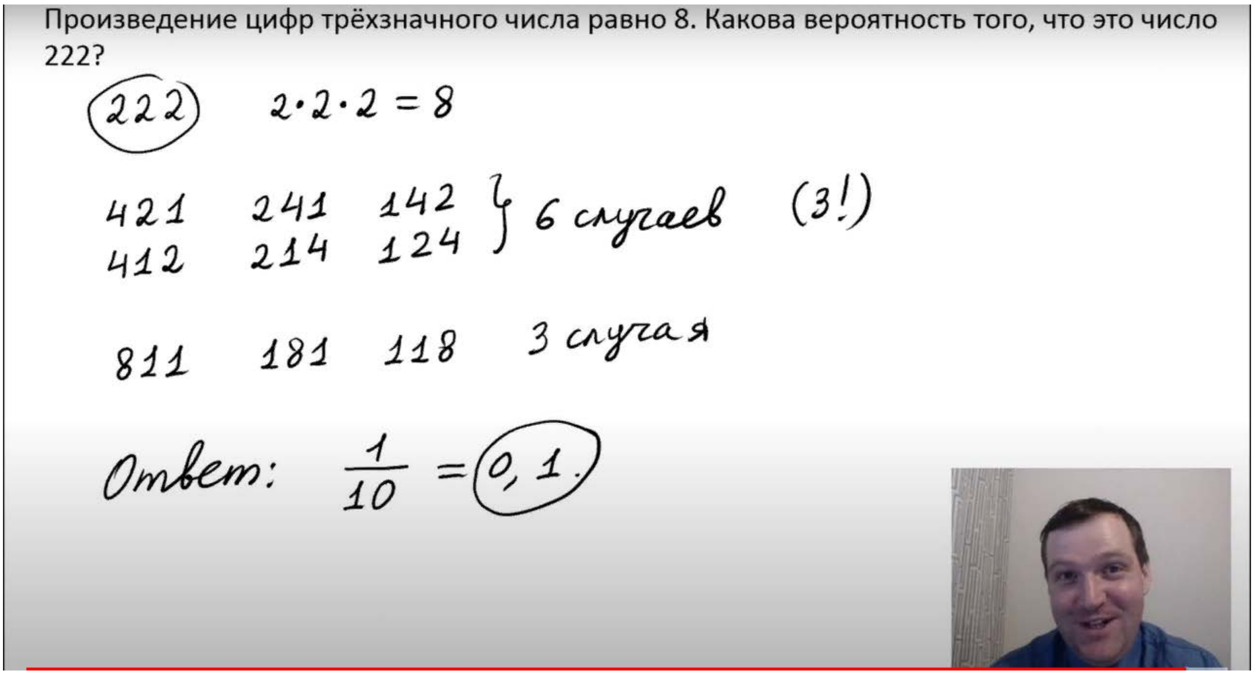
Задача 31



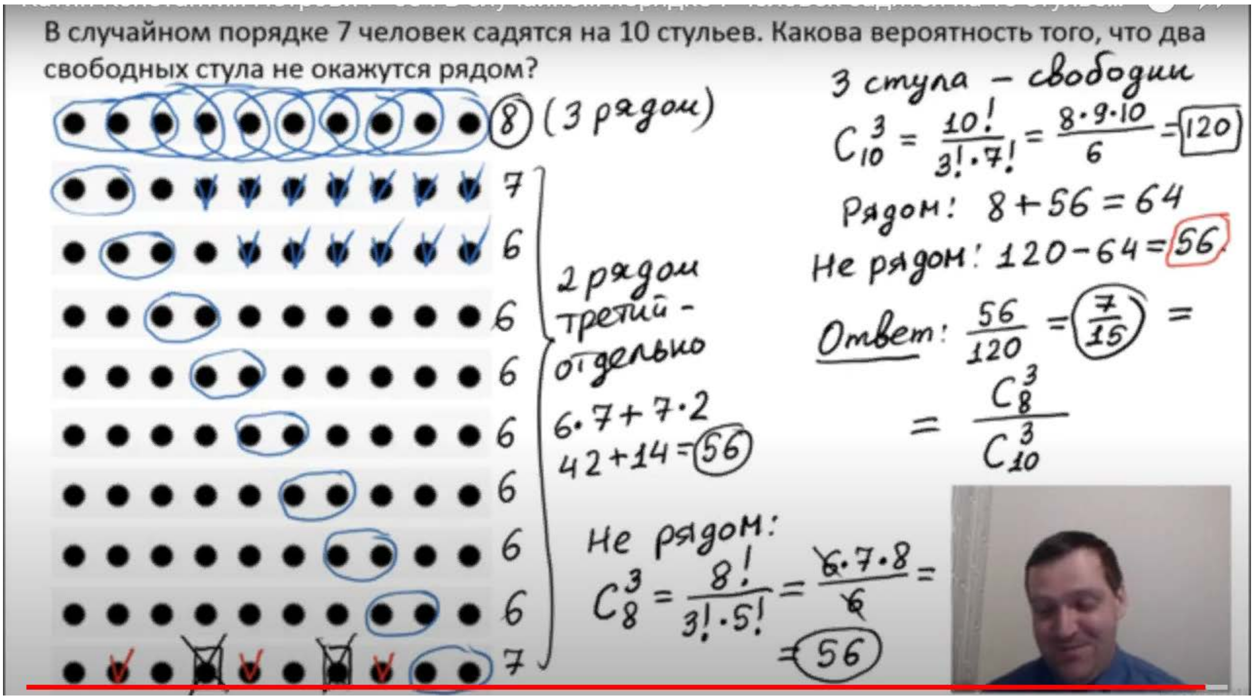
Задача 32



Задача 33



Задача 34



ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Примерные задания для текущего контроля

Тема 1.1. Зачем нужна теория вероятностей?

2.2. а) На клавиатуре телефона 10 клавиш с цифрами. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет чётной?

б) Из множества натуральных чисел от 10 до 29 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 3?

2.3. В городе, где живёт Рассеянный Учёный, телефонные номера состоят из 7 цифр. Учёный легко запоминает телефонный номер, если этот номер — палиндром, т. е. он одинаково читается слева направо и справа налево. Например, номер 443 53 44 Учёный запоминает легко, а номер 372 36 27 — с трудом. Найдите вероятность того, что телефонный номер нового случайного знакомого Учёный запомнит легко.

2.4. а) В ящике лежат 4 чёрных шара и 1 белый. Из ящика случайным образом достали один шар. Чему равна вероятность того, что он будет белым? Если первый шар оказался белым, то чему равна вероятность того, что следующий вынутый шар тоже окажется белым?

Тема 1.2. Простые задачи

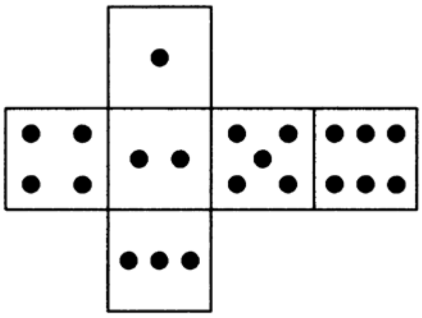
2.7. Три усталых ковбоя зашли в салун и повесили свои шляпы на бизоний рог при входе. Когда глубокой ночью ковбои уходили, они были не в состоянии отличить одну шляпу от другой и поэтому разобрали шляпы наугад. Найдите вероятность того, что никто из них не взял свою собственную шляпу.

2.8. Вася сложил прямоугольный листок бумаги вчетверо и поставил сверху крестик. Затем он развернул листок, после этого снова сложил его по прежним линиям сгиба случайным образом (не обязательно, как раньше) и оставил на столе, положив случайной стороной вверх. Найдите вероятность того, что крестик опять оказался сверху.

2.9. Бросают две игральные кости. Какова вероятность того, что на костях выпадет одно и то же число очков?

2.10. Трое друзей хотят пить. Неподалёку — палатка с квасом, но туда лень идти. Тогда решили бросить жребий, кому идти за квасом, но у них нашлась только одна монета. Как им устроить честный жребий так, чтобы у всех получились равные шансы?

2.11. Что странного в развёртке игрального кубика?



4.2. Буратино посадил в центре прямоугольного лиса бумаги размером 20 см на 30 см круглую кляксу радиусом 1 см. Сразу после этого Буратино посадил ещё одну такую же кляксу, которая также целиком оказалась на листе. Найдите вероятность того, что эти две кляксы не соприкасаются.

4.3. На бесконечную шахматную доску, у которой все поля — квадраты со стороной 4, наудачу бросают монету радиусом 1.

а) Найдите вероятность того, что монета целиком попадёт в один квадрат.

б) Найдите вероятность того, что монета пересечёт не более одной стороны квадрата.

4.4. Стрелок производит выстрел в центр квадратной мишени с диагональю 2 м. Какова вероятность попасть в мишень, если пуля может отклониться от центра в случайном направлении и попасть в случайную точку квадрата или рядом с ним, но не дальше 1 метра от центра мишени?

4.5. Хрупкий карандашный грифель ломают в двух случайных точках. Найдите вероятность того, что из трёх получившихся частей можно составить треугольник.

Тема 1.3. Диаграммы Эйлера

3.1. Покажите на ***диаграмме Эйлера*** (рис. 3.1) событие:

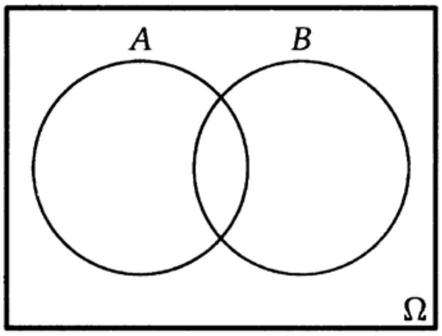


Рис. 3.1

а) ***пересечение*** $A \cap B$; б) ***объединение*** $A \cup B$;
в) событие $\overline{A}$, ***противоположное*** событию A; г) $A \cap \overline{B}$.

3.2. Покажите на диаграмме Эйлера событие:
а) $A \cap B \cap C$; б) $A \cup B \cap C$; в) $A \cap \overline{B \cap C}$; г) $\overline{A} \cap (B \cup \overline{C})$.

3.3. Нарисуйте диаграмму Эйлера для ***несовместных событий*** A и B.

3.4. Нарисуйте диаграмму Эйлера, если событие B целиком содержится в событии A.

Тема 1.4. Геометрическая вероятность

4.8. Поезда метро в сторону центра и в сторону области идут через равные промежутки в 4 минуты каждый. Участник кружка по теории вероятностей спускается в метро в случайный момент времени и в задумчивости садится в первый приехавший поезд. Вероятность того, что он едет в сторону области, равна 0,25, а в сторону центра — 0,75. Может ли так быть? Если может, то каким образом?

4.9. Перед открытием ярмарки у первого крестьянина было 100 рублей, а у второго крестьянина — 200 рублей. Через некоторое время у каждого из них осталось некоторое количество денег, и тут крестьяне встретили цыгана, который предложил им игру на все деньги: если в этот момент у первого крестьянина больше денег, чем у второго, то первый выигрывает. Если у второго крестьянина денег больше, чем два раза по столько, сколько есть у первого, то выигрывает второй. Во всех иных случаях выигрывает цыган. Какова вероятность выигрыша цыгана? Предполагается, что крестьяне тратят деньги так, что в момент появления цыгана у каждого из них с равными шансами может остаться любая возможная сумма[1].

4.10. Аня, Боря и Вася решили пойти в кино. Они договорились встретиться на остановке. Каждый из них может прийти в случайный момент времени[2] с 15:00 до 16:00. Вася самый терпеливый из всех: если он придёт и на остановке не будет ни Ани, ни Бори, то он будет ждать кого-нибудь из них 15 минут, и если никого не дождётся, пойдёт в кино один. Боря менее терпеливый: он будет ждать лишь 10 минут. Аня самая нетерпеливая: она вообще не будет ждать. Однако если Боря и Вася встретятся, то они будут ждать Аню до 16:00. Какова вероятность того, что в кино они пойдут все вместе?

Тема 1.5. Деревья. Условная вероятность

6.1. В семье Петровых четверо детей. Какова вероятность[1] того, что из них:

а) ровно двое — мальчики? б) ровно трое — мальчики?

6.2. Пусть S — число мальчиков в семье Петровых из задачи 6.1.

а) Какие значения может принимать S?

б) Найдите вероятность каждого из этих значений.

6.3. Предположим, что мы хотим купить подарки каждому ребёнку в семье Петровых из задачи 6.1. Мальчикам — самолётики, девочкам — кукол. К сожалению, мы забыли узнать, сколько мальчиков, а сколько девочек в семье. Каждый подарок стоит 1000 руб. Сделайте наиболее правдоподобный прогноз.

а) Какую сумму нужно затратить, руководствуясь вашим прогнозом?

б) Какова вероятность ошибки вашего прогноза?

в) Какие другие прогнозы возможны?

г) Как меняется достоверность и стоимость прогноза?

д) Какой прогноз будет наилучшим с вашей точки зрения?

5.3. На фабрике керамической посуды делают тарелки. В среднем 10 % тарелок имеют дефект. Перед упаковкой тарелки проходят контроль качества. Он выявляет в среднем 80 % бракованных тарелок, которые идут в переработку. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что одна случайно выбранная в магазине тарелка окажется:

а) бракованной; б) без дефектов (не бракованная).

5.4. В семье один из двух детей — мальчик. Какова вероятность[1] того, что другой ребёнок — девочка?

5.5. В семье двое детей. Известно, что старший ребёнок — мальчик. Какова вероятность того, что второй ребёнок — девочка?

5.6. В семье двое детей. Известно, что один из детей — мальчик, родившийся в понедельник. Какова вероятность того, что другой ребёнок — тоже мальчик?

Тема 1.6. Независимые события

7.1. Докажите, что при двукратном бросании игральной кости события «В первый раз выпало 4» и «Во второй раз выпало больше 3» ***независимы***.

7.2. В магазине стоят два платёжных терминала, которые работают независимо друг от друга. Предположим, что вероятность отказа каждого из них в течение дня равна 0,1.

а) Найдите вероятность того, что хотя бы один к вечеру неисправен.

б) Найдите вероятность того, что к вечеру окажутся неисправны оба.

Тема 1.7. Графы с циклами и формула полной вероятности

8.2. Муха двигается из начала координат только вправо или вверх по линиям целочисленной сетки. В каждом узле сетки муха случайным образом выбирает направление дальнейшего движения: вверх или вправо. Докажите, что рано или поздно с вероятностью 1 муха достигнет точки с абсциссой 2017.

8.3. Ковбои Джо и Хью стреляют в тире, но у них есть только один шестизарядный револьвер с одним патроном. Поэтому они договорились по очереди случайным образом крутить барабан и стрелять. Начинает Джо. Найдите вероятность того, что выстрел произойдёт, когда револьвер будет у Хью.

8.4. Кузнечик прыгает по числовой прямой, начиная из точки 0. Каждую секунду он с равными вероятностями прыгает влево или вправо на единицу.

а) Докажите, что с вероятностью 1 рано или поздно он попадёт в точку 1.

б) Докажите, что с вероятностью 1 рано или поздно он вернётся в точку 0.

Тема 1.8. Случайный выбор

9.2. На экзамене студенты заходят в аудиторию по очереди и тянут билет. Нерадивый студент Петя успел выучить только один билет из двадцати и теперь не может решить, каким по счёту ему стоит встать в очередь, чтобы с наибольшей вероятностью вытянуть свой счастливый билет. Что бы вы посоветовали Пете?

9.3. В магазине в коробке 9 синих и 15 красных карандашей. По просьбе покупателя продавец не глядя вынимает два карандаша. Найдите вероятность того, что оба карандаша окажутся: а) синими; б) красными.

9.4. В школьном конкурсе короткого рассказа победили 5 человек, из них 2 девочки и 3 мальчика, и нет никакой возможности определить, чей рассказ лучше. Но на районный конкурс принимаются только три рассказа от школы. Было решено выбрать эти три рассказа с помощью честного жребия. Чему равна вероятность того, что авторами всех трёх выбранных рассказов окажутся мальчики?

9.5. Катя, Лена и Маша по очереди покупают себе по одному леденцу в магазине. Продавец не глядя достаёт их из коробки, в которой лежат 10 апельсиновых, 9 лимонных и 6 яблочных леденцов. Найдите вероятность того, что:

а) Катя и Лена получат лимонные леденцы, а Маша — яблочный;

б) все трое получат апельсиновые леденцы.

9.6. Двое друзей — Вася и Петя — случайным образом между собой разделили 100 лотерейных билетов. Известно, что два билета — выигрышные. Чему равна вероятность того, что Пете достанется хотя бы один выигрышный билет?

Тема 1.9. Комбинаторика. Правило умножения. Отождествление

10.1. Сколько существует способов поставить в очередь

а) трёх человек; б) пять человек;

в) семь человек; г) n человек?

10.2. Международный код аэропорта состоит из трёх латинских букв[1]. Например, аэропорт Шереметьево имеет код SVO. Сколько различных кодов аэропортов можно составить?

10.3. Из 10 цифр и 12 букв русского алфавита[2] нужно составить автомобильные номера. В номере сначала буква, затем три цифры (кроме 000) и ещё две буквы. Сколько можно составить различных номеров?

10.4. У Тома Сойера имеется забор из 5 досок. Ещё у Тома есть 12 банок с разными красками. Сколько существует раскрасок забора, если никакая доска не должна быть разноцветной и, кроме того:

а) разные доски можно красить одним цветом;

б) каждая доска должна быть своего цвета?

10.5. Сколько существует натуральных чисел-палиндромов (читающихся в обе стороны одинаково), если эти числа:

а) трёхзначные; б) четырёхзначные;

в) 11-значные; г) n-значные?

10.6. Деревянную палочку длиной 70 см, одинаковую с обоих концов, нужно раскрасить поперёк семью разноцветными поясками, каждый по 10 см шириной. Имеется 10 различных красок. Сколько существует вариантов раскраски?

10.7. На карусели семь лошадок, которых нужно раскрасить. Лошадки не пронумерованы. Имеется 10 разных красок, но красить всех лошадок одним цветом нельзя — скучно. Нужно использовать хотя бы два цвета. Сколько всего существует способов раскраски:

а) если каждая лошадка должна быть своего цвета;

б) лошадки могут быть покрашены одинаково (но не все!)?

10.8. Браслет состоит из семи бусин, которые нужно раскрасить так, чтобы каждая бусина была своего цвета. Имеется 10 разных красок. Сколько существует способов раскраски?

Тема 1.10. Сочетания

11.1. Турист хочет купить магниты в магазине сувениров. В продаже есть пять разных магнитов. Сколько существует способов выбрать а) 3 магнита из 5; б) 2 магнита из 5?

11.2. Сколько существует способов выбрать 6 человек из десятка?

11.3. Сколько существует способов поставить ладей на шахматную доску, чтобы никакие две ладьи не били друг друга, если ладей а) восемь; б) семь; в) k штук, $2 \leqslant k \leqslant 8$?

11.4. Из 9 точек никакие три не лежат на одной прямой. Каждые две соединили отрезком. Сколько всего получилось отрезков?

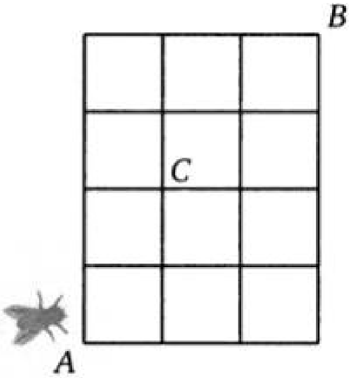
11.5. Из 10 точек никакие четыре не лежат в одной плоскости. Сколько можно сделать треугольников с вершинами в данных точках?

11.6. Продавщица для красоты выстраивает на прилавке банки с тушёнкой треугольником — в каждом ряду на одну банку меньше, чем в предыдущем, а в самом верхнем — только одна банка. Не всякое число банок можно поставить таким образом. Назовём такое число банок треугольным. Найдите общую формулу для треугольных чисел.

11.7. Сколько существует способов разбить число 10 на три натуральных слагаемых с учётом порядка[1] разбиения?

11.8. Миша решил купить на Новый год десяти своим друзьям десять подарков: ёлочных игрушек, свечек и обезьянок. Сколько способов скомпоновать покупку, если в ней должна быть хотя бы одна игрушка, хотя бы одна свечка и хотя бы одна обезьянка?

Тема 1.11. Комбинаторика в вероятностных задачах



12.1. Муха ползёт по решётке 3×4 из точки A в точку B по линиям сетки только вправо или вверх (см. рис.).

а) Сколько существует маршрутов из точки A в точку B?

б) Предположим, что муха равновероятно выбирает один из всех имеющихся маршрутов[1]. Чему равна вероятность того, что муха выберет маршрут, проходящий через точку C?

12.2. В коробке 4 зелёных шарика и 5 красных шариков. Чему равна вероятность того, что при случайном выборе:

а) из 6 выбранных шариков окажется 2 зелёных и 4 красных;

б) 2 выбранных шарика окажутся разного цвета?

12.3. Кандидатами в сборную по игре в крестики-нолики являются 5 девушек и 6 юношей. Команда должна состоять из трёх человек, которых выбирают жеребьёвкой. Чему равна вероятность того, что:

а) команда будет состоять только из девушек;

б) в команде будет хотя бы одна девушка?

12.4. В коробке есть ленты трёх цветов: 9 красных, 8 синих и 7 зелёных.

а) Случайным образом выбирают 3 ленты. Чему равна вероятность того, что среди нет двух одинакового цвета?

б) Случайным образом выбирают 6 лент. Чему равна вероятность того, что их них 3 красных, 2 синих и 1 зелёная?

12.5. На конкурс юных гениев приехали гении из разных стран: пятеро из Канады, шестеро из России и восемь человек из Австрии. Очерёдность выступлений выбирается жеребьёвкой. Чему равна вероятность того, что первые три выступающих будут из одной страны?

12.6. В тираже лотереи «5 из 36» пять случайных номеров из тридцати шести объявляются выигрышными. Перед тиражом участник в своём лотерейном билете помечает 5 из 36 номеров. Чему равна вероятность того, что:

а) участник угадает все 5 выигрышных номеров;

б) участник угадает 4 из 5 выигрышных номеров;

в) участник угадает 3 из 5 выигрышных номеров?

12.7. Монетку подбрасывают 10 раз. С какой вероятностью найдутся два идущих подряд броска с одинаковым[1] результатом?

12.8. Что вероятнее — выпадение хотя бы одной шестёрки из шести бросков кубика или выпадение хотя бы двух шестёрок при двенадцати бросках[2]?

12.9. Кубик бросили шесть раз. Какова вероятность того, что среди выпавших чисел есть хотя бы два одинаковых?

12.10. Стрелок стреляет по мишени. Известно, что вероятность попадания каждый раз равна $p = 0{,}3$. Какова вероятность того, что стрелок попадёт ровно:

а) два раза из трёх попыток;

б) три раза из четырёх попыток;

в) три раза из семи попыток?

Тема 1.12. Три эксперимента с успехом и неудачей

13.1. Производится стрельба по мишени. Вероятность поразить мишень при каждом одном выстреле равна 0,3. Найдите вероятность того, что первое попадание в мишень случится на:

а) 1-й попытке; б) 2-й попытке; в) 7-й попытке;

г) на k-й попытке; д) никогда не наступит.

13.2. Монету бросают до тех пор, пока не выпадет орёл. Найдите вероятность того, что будет сделано ровно 5 бросков.

13.3. Игральную кость бросают до тех пор, пока не выпадет 5 или 6 очков. Найдите вероятность того, что будет сделано 8 бросков.

13.4. Обобщите три предыдущие задачи: производится серия одинаковых и независимых испытаний с вероятностью успеха p в каждом испытании. Испытания проводятся до тех пор, пока не наступит первый успех. Запишите формулу для вероятности того, что потребуется ровно k попыток.

13.5. Стрелок делает по одному выстрелу по каждой из 10 мишеней. Вероятность поразить мишень при одном выстреле равна 0,3. Найдите вероятность того, что будут поражены ровно:

а) 1 мишень; б) 2 мишени; в) 7 мишеней;

г) k мишеней, $k \leqslant 10$; д) ни одной мишени.

13.6. Монету бросают 8 раз. Найдите вероятность того, что выпадет ровно:

а) 4 орла; б) 5 орлов; в) 3 орла.

13.7. Игральную кость бросают 9 раз. Успехом считается выпадение 5 или 6 очков. Найдите вероятность, что успех наступит не менее двух раз.

Тема 1.13. Бинарная случайная величина

14.5. Сергей дошёл до 3-го уровня в компьютерной игре. Вероятность пройти этот уровень равна p в каждой попытке, независимо от предыдущих (вероятность не пройти равна $q = 1 - p$).

а) Составьте распределение индикатора события «k-я попытка оказалась неудачной» (ср. с задачей 14.3 е)).

б) Используя результат п. а), выразите через индикаторы случайную величину X «Число потребовавшихся попыток».

14.6. На празднование Нового Года собралось 10 гостей. Каждый принёс подарок (гостинец). Все гостинцы разыгрывались между всеми гостями. Каждый гость получил какой-то случайный гостинец.

а) Напишите распределение индикатора события «k-му гостю достался его же собственный гостинец».

б) Используя результат п. а), выразите через индикаторы случайную величину «Количество гостей, которые получили свой же гостинец».

Тема 1.14. Математическое ожидание

16.7. В Анчурии популярна лотерея «4 из 16». На билете числа от 1 до 16. Цена билета 2 доллара. Участник лотереи должен выбрать 4 числа. Потом проводится тираж — выбираются 4 случайных выигрышных номера. Если участник угадал все 4 номера, то получает 100 долларов, если 3 номера — 40 долларов, если 2 номера — 2 доллара, если угадал 1 номер или ничего не угадал, то ничего не получает. Найдите математическое ожидание случайной величины «Выигрыш на один билет» с учётом цены билета.

16.8. В колоде 36 игральных карт. Их начинают открывать по одной до тех пор, пока не появится первый туз. Найдите математическое ожидание числа открытых карт.

16.9. Иван Сергеевич обнаружил, что новогодняя гирлянда не горит — перегорела какая-то одна из 10 лампочек. Иван Сергеевич проверяет лампочки по очереди до тех пор, пока не поймёт, какая лампочка перегорела. Считая, что лампочки одинаковы и перегорают независимо друг от друга с равными шансами, найдите математическое ожидание числа лампочек, которые проверит Иван Сергеевич.

Тема 1.15. Три важных распределения

Задача 1. Игральную кость бросают 100 раз. Найдите математическое ожидание числа выпавших шестёрок.

Задача 2. Игральную кость бросают до тех пор, пока не выпадет шестёрка. Найдите математическое ожидание числа бросаний.

Задача 3. В отаре 240 овец. Известно, что ровно 40 из них — чёрные. Случайным образом отлавливают 100 овец. Найдите математическое ожидание числа отловленных чёрных овец.

Тема 1.16. Метод индикаторов

18.2. Крейсер стреляет по 6 целям. На каждую цель даётся не более двух выстрелов. Вероятность поражения каждой цели при каждом выстреле равна $p = 0{,}8$. Найдите математическое ожидание числа поражённых целей.

18.3. В коробке 11 красных и 9 зелёных шаров. Из коробки наудачу вынимают 7 шаров. Сколько красных шаров следует ожидать среди вынутых?

18.4. На новогодний вечер по случаю наступающего 1912 года в доме генерал-губернатора собралось n приглашённых детей, и каждый пришёл со своим гостинцем (конфета, пряник, халва, орех в золотистой обёртке и т. п.). По обычаю тех лет все гостинцы были повешены на ёлку, а в конце вечера состоялся розыгрыш — каждому достался случайно выбранный гостинец. Какое следует ожидать число детей, получивших свой собственный гостинец?

18.5. Родители детей из предыдущей задачи тем временем танцевали на новогоднем балу, который также давал генерал-губернатор. Всего собралось n семейных пар, причём в каждой паре муж и жена были совершенно одного роста, но двух пар одного роста не было. Когда заиграл вальс, кавалеры пригласили случайно выбранных дам на танец. Найдите математическое ожидание числа танцующих пар, где кавалер ниже дамы.

18.6. Монету бросают до тех пор, пока не выпадет орёл. Найдите математическое ожидание числа бросков.

Тема 1.17. Простейшие оценки

20.1. Игральную кость бросили много раз, и в какой-то момент сумма выпавших очков оказалась равна 2016.

а) Найдите математическое ожидание числа сделанных бросков.

б) Сергей заявил, что он получил сумму 2016, и на это ему потребовалось ровно 554 броска. Николай сказал, что он справился быстрее — потребовалось только 450 бросков. Прокомментируйте эти заявления.

20.2. Игральная кость несимметрична, т. е. значения от 1 до 6 выпадают с разными вероятностями. Эту кость бросили 450 раз, и сумма выпавших очков оказалась равна 2016. Придумайте способ оценить математическое ожидание числа очков при однократном бросании такой кости. Сделайте оценку.

20.3. Биатлонист стреляет по пяти мишеням. На каждую мишень ему даётся не более двух выстрелов. Если случилось два промаха, биатлонист должен перейти к следующей мишени. Вероятность поражения мишени при каждом выстреле равна $p = 0{,}4$. Найдите:

а) вероятность того, что будут поражены ровно четыре мишени из пяти;

б) математическое ожидание числа потраченных патронов;

в) математическое ожидание числа потраченных патронов, если известно, что биатлонист поразил ровно три мишени.

20.4. Известно, что биатлонист из задачи 20.3 потратил 8 патронов.

а) Какое наименьшее и наибольшее число мишеней он мог поразить?

б) Найдите вероятность того, что биатлонист поразил k мишеней.

в) Найдите математическое ожидание числа поражённых мишеней.

Оценочные материалы
для итоговой аттестации

Примерные задания для мини-олимпиады

25.1. Две футбольные команды «Ротор» и «Статор» абсолютно равны по силам. Известно, что когда они играли между собой, в каждом из двух периодов было забито ровно по 3 мяча. Найдите вероятность того, что матч закончился вничью.

25.2. Наудачу выбирают пятизначное число. Какова вероятность того, что у этого числа каждая следующая цифра меньше предыдущей (слева направо)?

25.3. Игральную кость бросают 10 раз. Какова вероятность того, что единица и шестёрка выпадут хотя бы по разу?

25.4. В роте 101 солдат, и все немного отличаются по росту друг от друга. По команде они выстроились в одну шеренгу в случайном порядке. Найдите математическое ожидание числа тех:

а) кто выше своего левого соседа.

б) кто ниже обоих своих соседей.

25.5. Два друга пошли на рынок. У первого было 1000 рублей, а у второго — 3000 рублей. Они покупали что-то независимо друг от друга, а в какой-то момент они встретились и решили купить модель вертолёта за 1800 рублей. Найдите вероятность того, что оставшейся у них суммы хватит на это.

25.6. На одной стороне монеты нарисована единица, а на другой — двойка. Витя в задумчивости бросает эту монету, поднимает и опять бросает, и снова бросает. Найдите вероятность того, что в какой-то момент сумма выпавших очков будет равна:

а) 5; б) 2016 (достаточно дать приближённый ответ).

ЛИСТ ОБНОВЛЕНИЙ И АКТУАЛИЗАЦИИ

№ п/п	Дата внесения изменений в программу	Характер изменений	Дата и номер протокола согласований документа